
电子科技大学
UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

博士学位论文

DOCTORAL DISSERTATION



论文题目 非指数分布下多阶段任务系统
可靠性建模与优化

学科专业 机械工程
学 号 201411080103
作者姓名 李翔宇
指导教师 黄洪钟 教授

分类号 _____ 密级 _____

UDC^{注1} _____

学 位 论 文

非指数分布下多阶段任务系统

可靠性建模与优化

(题名和副题名)

李翔宇

(作者姓名)

指导教师 **黄洪钟** 教 授
电子科技大学 成 都

(姓名、职称、单位名称)

申请学位级别 **博士** 学科专业 **机械工程**

提交论文日期 **2018.10.17** 论文答辩日期 **2018.12.05**

学位授予单位和日期 **电子科技大学 2018.12.25**

答辩委员会主席 **曾京** 教 授

评阅人 _____

注1: 注明《国际十进分类法 UDC》的类号。

**Reliability modeling and optimization of
non-exponential phased mission system**

**A Doctor Dissertation Submitted to
University of Electronic Science and Technology of China**

Discipline: **Mechanical Engineering**

Author: **Li Xiangyu**

Supervisor: **Prof. Huang Hongzhong**

School: **School of Mechincal and Electrical Engineering**

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

作者签名： 方翔宇

日期：2018年10月17日

论文使用授权

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后应遵守此规定)

作者签名： 方翔宇

导师签名： 黄胜林

日期：2018年10月17日

摘 要

随着现代科学技术的发展,航天系统越来越朝着复杂化发展,绝大多数的航天系统,例如卫星或者航天器等,在运行过程中存在明显的阶段性特征,其系统结构、功能等随着时间而不断地发生改变,这类系统被称为多阶段任务系统(Phased Mission System, PMS)。相较于传统的单阶段任务系统可靠性建模,PMS 可靠性建模需要考虑阶段之间的相关性,因此更为复杂,同时也可以对系统可靠度进行更加精确的评估。

目前,随着航天事业的不断发展,PMS 可靠性的研究逐渐成为了可靠性研究的热点之一。但是目前在 PMS 可靠性建模与优化研究中,存在着一个较大的问题,即在 PMS 建模与优化研究中,绝大多数的研究都假设系统中的元件服从指数分布,从而利用 Markov 链等方法对 PMS 中的动态行为进行建模,但是这一假设不符合大多数的工程实际。针对这一问题,本文对系统中元件服从非指数分布的复杂 PMS 可靠性建模与优化方法进行研究,主要内容和成果如下:

(1) 有限维修下的多阶段任务系统可靠性建模方法研究

针对航天 PMS 中存在着冷备份及有限维修的动态行为,元件失效/维修时间服从非指数分布,难以用传统的 Markov 过程进行建模的情况,提出应用半马尔科夫过程(Semi-Markov Process, SMP)来对系统的动态行为进行建模,应用模块化方法减小系统模型的规模,降低建模的复杂程度。同时应用数值近似算法对 SMP 模型中出现的复杂积分进行高精度近似计算,并将该方法与蒙特卡洛仿真算法进行对比分析,说明了该方法具有较高的计算精度与计算效率。实现对有限维修下的非指数多阶段任务系统的可靠性建模。

(2) 考虑随机冲击失效的多阶段任务系统可靠性建模方法研究

绝大多数的航天 PMS,例如卫星/航天器等,长期工作于环境恶劣的外太空,随机出现的宇宙射线所携带的高能带电粒子、重粒子等会对各种电子元器件造成严重影响,导致元件加速退化甚至直接失效,针对这些随机冲击的影响,提出应用马尔科夫更新过程(Markov Regenerative Process, MRGP)对冲击影响下的动态 PMS 进行建模。考虑随机冲击造成的总剂量效应与单粒子效应等影响,通过引入元件的随机冲击模型,利用近似计算的方法来得到冲击影响下的元件失效分布函数,然后将元件的随机冲击模型嵌入系统 MRGP 模型中,得到冲击影响下的动态系统模型。最终,通过数值近似计算与 MC 仿真方法验证,实现对随机冲击影响下的多阶段任务动态系统的可靠性建模,并对随机冲击的参数进行灵敏度分析。

(3) 多态多阶段任务系统可靠性建模与评估方法研究

针对不可修 PMS 中的元件存在多态的特性,即元件在正常工作与完全失效之外还存在着多种中间状态,本论文提出多态元件的阶段代数与 PMS-MMDD 模型,通过应用阶段代数,对传统的 MMDD 逻辑运算规则进行改进,得到多态元件阶段依赖性运算规则。通过对比分析,相较于传统的 MMDD 模型与 PMS-BDD 模型,PMS-MMDD 模型对不可修多态 PMS 的建模更加高效。同时,考虑多态元件的状态转移时间服从非指数分布的情况,提出一种基于 Markov 更新方程的不交和路径概率评估方法,并应用迭代数值方法进行高精度计算分析,实现对不可修多态多阶段任务系统的可靠性建模与评估,并与 MC 仿真方法进行对比分析。

(4) 混合备份下的多阶段任务系统可靠性优化

提出混合备份下的 PMS 冗余优化方法。在航天系统中,为了保证较高的可靠性,经常采用大量冗余备份,而现有的 PMS 冗余优化方法研究中,只对冷备份或者热备份的单一冗余备份方式进行优化分析,而忽略了混合备份的策略。针对这一问题,在本文的研究中,综合考虑三种备份策略,应用 SMP 与模块化方法,建立混合备份下的 PMS 优化模型,同时对元件的类型、备份数量以及备份方式进行优化,实现对混合备份下的 PMS 的可靠性优化。

关键词: 多阶段任务系统,半马尔科夫过程,马尔科夫更新过程,多态多值决策图,遗传算法

ABSTRACT

With the developing of modern science and technology, the aerospace equipment grows more and more complex. Most of these aerospace systems are phased mission systems (PMSs). The whole lifetime of the PMSs can be divided into several time durations according to the different system configurations and functions at different time, like the satellites or the spacecraft. Compared the traditional single-phased system, the reliability modelling of the PMS is more complex due to the consideration of the dependency among phases while the system reliability can be assessed more accurately.

Nowadays, with the development of the aerospace industry, the reliability research of the PMS has become an emerging research topic. But in the existing research of the PMS modelling and optimization methods, there exists one critical problem. Most of the researches assume that the failure time of the components follow the exponential distributions, so that the system dynamic behaviors can be solved with the Markov chains, but this assumption is not practical. So this dissertation is focused on the modelling and optimization methods of PMS consisting of non-exponential components. The research contributions and innovative outcomes are summarized as follows:

(1) Reliability analysis of phased mission system with non-exponential and partially repairable components

In practice, many real PMSs, like the satellites, consist of mechanical components or mechatronics whose lifetime follow non-exponential distributions like the Weibull distribution. In this type of system, the Markov process is not capable of modeling the system dynamic behaviors. In this paper, the Semi-Markov Process (SMP) is applied to solve the problem that the components' lifetime in dynamic systems follows non-exponential distributions. And the modular method is applied to simplify the system model. A numerical approximation algorithm for the SMP is proposed to assess the reliability of the PMSs consisting of non-exponential components. Furthermore, the accuracy and calculation efficiency of the approximation algorithm are explored compared to the Monte Carlo simulation method.

(2) Reliability analysis of phased mission system under random shocks

Many PMSs, like the satellite or the spacecraft, work in the outer space for a long time. And the energetic charged particle and heavy particle within the randomly occurred

cosmic rays have a significant impact on the electronics. These random shocks could lead to the degradation of components, even failure. In this paper, A Markov regenerative process (MRGP) based method is proposed to modelling the PMS under random shocks. Firstly, different shocks models for components are analyzed. Then, the components shocks models are integrated into the system MRGP model. At last, the PMSs under random shocks are analyzed along with the modular method and numerical method. And a sensitivity analysis is also provided for completion

(3) Reliability assessment of multi-state phased mission system with non-repairable multi-state components

In practical, many systems with multistate components cannot be repaired, such as satellites or the spacecraft working in the outer space. To deal with complex dependency among phases, the phase algebra for multi-state components is proposed. Then, by applying the proposed phase algebra, the MMDD manipulation rules are improved into the phase dependency manipulation rules. Compared to the PMS-BDD model and traditional MMDD method, can do the system modelling process with less nodes and the self-conflicting paths can be automatically cancelled and the system MMDD model can be generated without additional steps. On the other hand, a Markov-renewal equation based method is proposed to deal with the non-exponential multistate components in the evaluation of the path probability. And by the iterative numerical algorithm, the system reliability is assessed by the proposed method and verified by comparing to the MC simulation method.

(4) System optimization of phased mission system with mix redundancy strategy.

A redundancy optimization method for the PMS with mix redundancy strategy. In the aerospace industry, redundancy strategy is usually used to ensure the high reliability. In the existing researches of the PMS redundancy optimization research, only cold standby or the hot standby strategy is considered. In this paper, a mixed redundancy strategy, which is a general case of the hot standby and cold standby, is proposed to optimize the PMS. By applying the SMP and modular method, the optimization model of the PMS with mix redundancy strategy is established. And the component type, redundancy quantity and type of redundancy can be optimized at the same time by an improved genetic algorithm.

Keywords: Phased mission system; Semi-Markov process; Markov regenerative process; multi-state multi-valued decision diagram (MMDD); Genetic Algorithm

目 录

第一章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 PMS 可靠性建模方法综述	2
1.2.2 PMS 可靠性建模的仿真方法	5
1.2.3 PMS 可靠性建模的组合模型方法	6
1.2.4 PMS 可靠性建模的动态模型方法	10
1.2.5 PMS 可靠性建模的模块化方法	11
1.2.6 综述总结与问题的提出	12
1.3 论文的主要研究内容与结构	13
1.3.1 论文的研究内容	13
1.3.2 论文的结构	14
第二章 有限维修下的多阶段任务系统可靠性建模方法	16
2.1 引言	16
2.2 多阶段任务系统模块化分析方法	17
2.3 半马尔科夫模型	18
2.3.1 半马尔科夫模型	19
2.3.2 半马尔科夫模型的数值计算方法	20
2.3.3 计算精度及计算效率分析	23
2.4 算例分析	25
2.4.1 卫星姿态轨道控制系统	25
2.4.2 卫星姿轨控系统模块化分析	27
2.4.3 模块及系统可靠度计算分析	30
2.5 本章小结	33
第三章 考虑随机冲击的多阶段任务系统可靠性建模方法	35
3.1 引言	35
3.2 马尔科夫更新过程	36
3.2.1 马尔科夫更新过程	36
3.2.2 马尔科夫更新过程的应用	38
3.3 元件随机冲击失效模型	41

3.3.1	累积冲击模型及元件可靠性分析	41
3.3.2	极限冲击模型及元件可靠性分析	42
3.4	动态系统随机冲击失效模型	43
3.5	算例分析	46
3.5.1	航天器姿态轨道控制系统简介	47
3.5.2	可靠性分析流程	49
3.5.3	计算结果分析	52
3.6	本章小结	54
第四章	多态多阶段任务系统可靠性建模方法	55
4.1	引言	55
4.2	多态多值决策图	57
4.2.1	元件 MMDD 模型	57
4.2.2	系统 MMDD 模型	57
4.3	MMDD 阶段代数与 PMS-MMDD 模型	59
4.3.1	MMDD 阶段代数	60
4.3.2	MMDD 阶段依赖性运算规则	61
4.3.3	多阶段 PMS-MMDD 模型的建立	62
4.3.4	对比分析	63
4.4	非指数多态多阶段系统计算方法	67
4.4.1	非指数不可修多态元件	67
4.4.2	非指数多态不交合路径计算方法	68
4.5	算例分析	71
4.5.1	多态航天器 AOCS 算例	71
4.5.2	计算结果分析	74
4.6	本章小结	75
第五章	混合备份下的多阶段任务系统可靠性优化方法	76
5.1	引言	76
5.2	基本假设	77
5.3	混合备份下的多阶段任务系统可靠性模型	77
5.3.1	混合备份下的多阶段任务系统可靠性模型	78
5.3.2	功能单元可靠性	78
5.3.3	系统可靠度	81
5.4	基于遗传算法的多阶段系统冗余优化	82

5.4.1 遗传算法简介	82
5.4.2 混合备份下的多阶段任务系统可靠性优化	83
5.5 工程算例分析	85
5.5.1 航天器推进分系统的优化	85
5.5.2 优化结果分析	88
5.6 本章小结	91
第六章 总结与展望	92
6.1 全文总结	92
6.2 后续工作展望	93
致 谢	95
参考文献	96
附录	107
攻读博士学位期间取得的成果	109

图目录

图 1-1 多阶段任务系统可靠性建模方法分类.....	4
图 1-2 三阶段静态 PMS 模型.....	6
图 1-3 EZ 方法的微部件模型.....	6
图 1-4 静态 PMS 算例的 RBD 模型.....	7
图 1-5 静态 PMS 算例的多阶段 FT 模型.....	8
图 1-6 $f = (a+b) \cdot (c \cdot d + e)$ 的 BDD 示例图.....	9
图 1-7 不同排序下 $f = (a+b) \cdot (c \cdot d + e)$ 的 BDD.....	10
图 1-8 论文的基本结构图.....	15
图 2-1 模块化 PMS 故障树.....	17
图 2-2 有限维修的冷备份算例状态转移图.....	21
图 2-3 有限维修的冷备份算例 MC 仿真过程.....	24
图 2-4 有限维修的冷备份算例各状态概率随时间变化的对比图.....	24
图 2-5 某型卫星收拢状态示意图.....	26
图 2-6 卫星姿轨控系统工作流程图.....	26
图 2-7 姿轨控系统阶段故障树模型.....	27
图 2-8 姿轨控系统模块化故障树模型.....	28
图 2-9 卫星姿轨控系统的阶段 BDD 图.....	29
图 2-10 卫星姿轨控系统的系统 BDD 图.....	29
图 2-11 静态模块 M4 阶段 BDD 模型.....	30
图 2-12 静态模块 M4 的多阶段 BDD 模型.....	30
图 2-13 姿轨控系统模块 M1 状态转移图.....	31
图 2-14 姿轨控系统模块 M3 状态转移图.....	31
图 2-15 模块 M2 三个阶段的状态转移图.....	32
图 2-16 模块 M2 的阶段状态关系映射图.....	33
图 3-1 三种马尔科夫随机过程之间的关系.....	38
图 3-2 马尔可夫更新过程算例状态转移图.....	38
图 3-3 冷备份模块随机冲击作用下的状态转移图.....	45
图 3-4 考虑随机冲击作用的冷备份模块系统可靠度.....	46
图 3-5 航天器姿轨控系统多阶段任务过程图.....	47
图 3-6 航天器姿轨控系统阶段动态故障树模型.....	49

图 3-7 航天器姿轨控系统模块故障树	49
图 3-8 航天器姿轨控系统阶段模块 BDD 模型	50
图 3-9 姿轨控系统前 i 个阶段系统模块 BDD 模型	50
图 3-10 模块 M1 状态转移图	51
图 3-11 模块 M3 的状态转移图	52
图 3-12 航天器姿轨控系统考虑与不考虑冲击时的任务可靠度对比	53
图 3-13 不同冲击失效阈值与随机冲击到达强度下的系统可靠度	53
图 4-1 元件的 MMDD 模型	57
图 4-2 MMDD 模型的基本逻辑计算规则	58
图 4-3 多态故障树算例	58
图 4-4 多态故障树算例中底事件对应的 MMDD 模型	59
图 4-5 多态故障算例中 MMDD 模型的逻辑计算过程	59
图 4-6 多态多阶段任务系统算例的多态元件状态转移图	62
图 4-7 多态多阶段任务系统算例多态故障树	62
图 4-8 多态多阶段任务系统算例阶段 MMDD 模型	63
图 4-9 多态多阶段任务系统算例 PMS-MMDD 方法下的 MMDD 模型	63
图 4-10 多态多阶段任务系统算例阶段 BDD 模型	64
图 4-11 多态多阶段任务系统算例系统 BDD 模型	65
图 4-12 多态多阶段任务系统算例 MMDD 方法得到的 MMDD 模型	66
图 4-13 不可修多态元件 A 半马尔科夫模型	67
图 4-14 多态元件 A 的多阶段状态转移模型	69
图 4-15 多态元件 A 跨阶段状态转移模型	69
图 4-16 $m = x_1$ 时多态多阶段元件 A 状态转移模型	70
图 4-17 航天器姿轨控系统阶段多态故障树	72
图 4-18 航天器 AOCS 阶段 MMDD 模型	73
图 4-19 航天器 AOCS 系统 MMDD 模型	74
图 4-20 不同方法的航天器 AOCS 系统可靠度曲线对比图	75
图 5-1 混合备份多阶段任务系统算例可靠性框图	78
图 5-2 混合备份多阶段任务系统算例中元件的备份方式	78
图 5-3 冷备份单元 C 状态转移图	79
图 5-4 混合备份单元 B 状态转移图	80
图 5-5 混合备份多阶段任务系统算例阶段 BDD 模型	81
图 5-6 混合备份多阶段任务系统算例系统 BDD 模型	81

图 5-7 遗传算法的基本流程图.....	83
图 5-8 混合备份多阶段任务系统的冗余优化流程图.....	85
图 5-9 不同备份策略下的推进系统最优可靠度对比.....	89
图 5-10 不同约束条件下最优的推进系统可靠度对比.....	90
图 5-11 不同开关元件失效率下的最优的推进系统可靠度.....	91
图 5-12 某型航天器推力器分布示意图.....	86
图 5-13 航天器推进分系统功能单元阶段故障树.....	86
图 5-14 混合备份下航天器推进系统阶段 BDD 模型.....	86
图 5-15 混合备份下航天器推进系统 BDD 模型.....	87

表目录

表 1-1 PMS 建模方法、模型分类以及研究类型表.....	4
表 1-2 PMS 阶段代数.....	8
表 2-1 有限维修的冷备份算例元件参数.....	23
表 2-2 数值方法与仿真方法在不同仿真量下的对比.....	25
表 2-3 卫星姿轨控系统中元件的参数.....	26
表 2-4 模块 M2 在各阶段结束的状态概率.....	33
表 3-1 三种马尔科夫随机过程对比.....	38
表 3-2 冷备份模块算例元件参数.....	39
表 3-3 航天器姿轨控系统元件参数表.....	48
表 4-1 多态 PMS 阶段代数 ($1 \leq i \leq j \leq n$).....	60
表 4-2 航天器姿轨控系统多态元件参数表.....	72
表 5-1 航天器推进系统可选择的部件参数.....	88
表 5-2 混合备份下推进分系统优化结果.....	88
表 5-3 热备份下推进分系统优化结果.....	89
表 5-4 冷备份下推进分系统优化结果.....	89
表 5-5 只有重量条件约束下的不同备份策略系统最优可靠度.....	90

主要符号及缩略语

α	威布尔分布形状参数
β	威布尔分布尺度参数
$F(t)$	失效/状态转移时间分布函数
$R(t)$	可靠度函数
$f(t)$	故障概率密度函数
$\phi(\bullet)$	系统的结构函数
$G(t)$	维修时间分布函数
$Q(t)$	半马尔科夫过程的内核矩阵或者马尔科夫更新过程的全局内核矩阵
$\theta(t)$	半马尔科夫过程/马尔科夫更新过程的状态转移概率矩阵
$E(t)$	马尔科夫更新过程的局部内核矩阵
w, f, s, x	系统中的元件分别处于工作、失效、备份以及对系统状态无影响的四种状态
$\text{Pr}(\bullet)$	事件的概率
$M_{i,j}$	阶段 j 中的模块 M_i
Si_{Mj}	模块 M_j 处于状态 Si
T_i	阶段 i 的持续时间
T_w	全寿命周期持续时间
L	数值方法离散化的随机变量的区间数量
δ	数值方法离散化的随机变量的区间大小
u	随机冲击到达速率
η	系统不交和路径
AOCS	姿态轨道控制系统 (Attitude and Orbit Control System)
BDD	二元决策图 (Binary Decision diagram)
FT	故障树 (Fault Tree)
MCS	蒙特卡洛仿真 (Monte Carlo Simulation)
GA	遗传算法 (Genetic Algorithm)
MMDD	多态多值决策图 (Multistate Multi-valued Decision diagram)

MRGP	马尔科夫更新过程 (Markov ReGenerative Process)
PMS	多阶段任务系统 (Phased Mission System)
PMS-BDD	多阶段任务系统二元决策图模型 (BDD method for PMS)
SMP	半马尔科夫过程 (Semi-Markov Process)

第一章 绪论

1.1 研究背景

可靠性作为产品的重要指标日益受到人们的重视，对可靠性的研究始于美国国防部于 1952 年成立的电子设备顾问团（AGREE, advisory group on reliability of electronic equipment）及其发表的第一份关于电子产品可靠性的报告^[1]。可靠性的定义为元件或者系统在规定的时间内、规定的条件下完成规定功能的能力^{[2],[3]}。历经大半个世纪的发展，可靠性的理论与方法逐渐应用于航空航天、机械工程、交通运输、电力系统、土木建筑和计算机等多个领域。而随着现代信息科学与制造技术的快速发展，人类社会各种关键设备的性能与复杂性不断地提高，设备的系统结构日益复杂，使用的零部件的数量不断增加，使得这些设备发生故障的概率越来越高，而这些高性能设备一旦发生故障，将会导致巨大的损失，因此可靠性作为提高产品寿命，增加产品安全性的一种有效手段，对其研究越来越受到人们的重视，各国对可靠性研究的投入也逐年增加。

在这些高性能的复杂设备中，有一类复杂系统（载人航天、卫星设备、交通监测、核能控制、武器装备等）有着明显的阶段性的特征，即系统的全寿命周期可以分为多个运行阶段，在不同的阶段中，系统需要完成不同的任务，同时系统结构、失效阈值以及系统中元件的失效分布的参数等都会不同，这一类系统被统称为多阶段任务系统^{[4],[5]}（Phased Mission System, PMS）。例如，在民用运输领域，大型客机的一次飞行任务可以分为滑行、起飞、巡航、降落等四个阶段；在航天领域，最新发射的神舟十一号，其姿态轨道控制系统的任务可以分为发射、入轨、在轨运行以及返回地球四个阶段，这四个阶段的任务是连续并且任务时间互不重叠的，在不同的阶段所使用的元件不同，部分元件例如轨控推进器，只有在入轨以及在轨运行阶段才会使用，在发射阶段则完全闲置，构成了一个四阶段的 PMS。

与传统的单阶段任务系统相比，多阶段任务系统的可靠性建模的最主要的难点在于处理跨阶段相关性（Phase Dependence），当同一个部件在不同的阶段工作时，就会出现跨阶段相关性。跨阶段相关性可以分为两类^[6]：1) 在相邻的两个阶段工作的部件，在前一阶段结束时的元件状态与下一阶段开始时相同，一般阶段的变化是瞬间完成的，因此该假设在绝大多数情况下是合理的。2) 在不可修 PMS 中，元件在某阶段失效或者退化之后，在之后的所有阶段中，元件会一直保持失效或者退化的状态。

近年随着我国航天事业的快速发展，对航天可靠性的需求也愈加迫切，《“十三

五”国家战略性新兴产业发展规划》中对航天工业的要求为“建设自主开放、安全可靠、长期稳定运行的国家民用空间基础设施，加速卫星应用与基础设施融合发展”，其中安全可靠是非常重要的环节。航天发射任务的失败不仅会导致经济损失，更为关键的是可能导致整个航天发射任务的推迟，甚至取消，对整个航天事业的发展造成重大损失，例如，前苏联的载人登月计划就是因为重型大推力火箭 N-1 的连续四次发射失败而取消。而大多数的航天发射任务，例如卫星、载人航天飞船等在全寿命周期内都是 PMS，因此，开展针对 PMS 的可靠性建模与优化方法的研究，对航天产品寿命周期内的可靠性进行量化描述，衡量其阶段及全寿命周期内的可靠性是否满足设计目标，同时为 PMS 的冗余优化设计及可靠性增长提供技术支撑，对提高我国航天产品的寿命，增加航天产品的可靠性，有着非常重要而现实的意义。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 PMS 可靠性建模方法综述

目前的多阶段任务系统可靠性研究主要是通过考虑系统中不同阶段之间的相关性，来对系统进行更加精确与详细的可靠性建模，总体来说，多阶段任务系统可靠性理论与方法是基于经典的可靠性分析理论与方法，综合多阶段任务系统的特性（阶段相关性）进行改进得到的。多阶段任务系统可靠性建模方面的研究始于上世纪的 70 年代，Esary 与 Ziehms^[4]以及 Burdick^[5]等提出了多阶段任务系统的基本概念。在 80 年逐步成熟，学者们将传统的可靠性框图模型、故障树模型与 Markov 模型等应用于 PMS 建模。进入 90 年代以后，针对 PMS 的研究开始进入深化发展时期，决策图模型与 Petri 网模型等复杂可靠性建模工具也引入 PMS 的建模中，大幅提高了 PMS 建模的效率，同时极大地扩展了 PMS 建模中的限制条件，对存在多种复杂失效行为的 PMS 也进行了建模。下面从三个方向对 PMS 研究进行分类。

（1）根据 PMS 本身的特征进行分类。PMS 模型的主要特征包括：1）每个阶段的周期是否固定。绝大部分的研究都会假设阶段时间固定来降低计算难度，这项假设也符合大多数的航天任务，例如，在卫星发射任务中，都会提前设定好每个阶段的周期；2）阶段之间的关系，包括传统的 Phase-OR^[4]与通用 PMS^{[6], [8]}（Generalized PMS, GPMS），其中传统的 PMS 都为 Phase-OR，表示阶段之间为串联关系，任意阶段的失效都会导致系统失效，例如航天发射任务或者列车监控系统等。GPMS 表示某个阶段的失效不会导致系统的立即失效，整个系统的失效是各阶段失效的逻辑组合，例如科学实验的数据收集系统等等，PMS 模型特征如表 1-1 所示。另外，也可以通过其他一些特征，例如元件是否可修、元件是否多态、元件是

否服从指数分布等条件进行分类，但是这些分类条件不属于 PMS 所特有的特征，因此在这里我们不做详细讨论。

(2) 根据研究的目标进行分类。PMS 建模的研究主要有两大方向：1) 研究复杂 PMS 建模方法，主要的研究手段是将现有的单阶段任务系统的复杂建模方法扩展至 PMS 的建模中，考虑具有更加复杂行为的 PMS，例如共因失效^{[9]-[13]} (Common Cause Failure, CCF)、不完全覆盖^{[14], [15]} (Imperfect Coverage, IPC)、级联失效^[16] (Cascading Failure)、多态元件^{[17]-[19]} (Multi-State Component)、随机冲击失效^[20] (Random Shocks)、载荷分配元件^[21] (Load-Sharing Components) 以及温备份元件^[22] (Warm Standby Components) 等；2) 通过 PMS 建模方法的创新，提高 PMS 建模方法的效率，从而对大型 PMS 进行高效的分析，例如 PMS-BDD 模型^{[23], [24]}、MDD 模型^{[25]-[27]}、MMDD 模型^{[17], [28]}、行为向量模型^[29] (System Behavior Vector, SBV)、抽样方法 (Sampling Method)^[30]、随机计算方法^[31] (Stochastic Computing) 等，如表 1-1 所示。

(3) 根据 PMS 建模的研究方法进行分类。PMS 可靠性建模方法主要分为两大类：1) 仿真方法，包括蒙特卡洛 (Monte Carlo, MC) 仿真方法^{[32]-[35]}、离散事件仿真方法^{[36], [37]}以及 Petri-net 仿真方法^{[38]-[43]}等；2) 解析方法，根据系统的阶段模型，解析方法可以分为静态模型方法与动态模型方法以及将两者相结合的模块化方法等三类：①静态模型，主要研究方法为组合模型方法，主要包括：可靠性框图模型^[3] (Reliability Block Diagram, RBD)、故障树模型^{[44]-[45]} (Fault Tree, FT)、布尔代数方法^{[46], [47]} (Boolean Algebra)、二元决策图^{[4]-[12], [48]-[52]} (Binary Decision Diagram, BDD)、多值决策图^{[25], [26]} (Multi-valued Decision Diagram, MDD)、多态多值决策图^{[17], [18]} (Multi-state Multi-valued Decision Diagram, MMDD) 等方法。②动态模型方法主要包括：基于状态空间模型的方法^{[53]-[64]} (Markov 链、半 Markov 过程等)、贝叶斯网络^[65] (Bayesian Network, BN) 等。③将组合模型方法与动态模型方法相结合的模块化方法^{[66]-[68]} (Modular method)，也称之为层次模型方法 (Hierarchical method)。目前较为常用的多阶段任务系统可靠性建模方法分类如图 1-1 与表 1-1 所示。下面我们将按照研究方法类型的分类对 PMS 建模方法进行介绍。



图 1-1 多阶段任务系统可靠性建模方法分类

表 1-1 PMS 建模方法、模型分类以及研究类型表

参考文献	建模方法类型			PMS 模型类型				研究类型	
	仿真方法	解析方法		阶段时间固定	阶段时间任意	Phase OR	GPMS	复杂行为 PMS	提高计算效率
		组合模型方法	动态模型方法						
1975 Esary [4]		√			√		√		√
1992 Dugan [57]			√		√		√		√
1999 Mura [66]			√	√	√			√	√
1999 Ma [76]		√			√		√		√
1999 Zang[23]		√			√		√		√
2001 Mura [62]	√				√			√	√
2002 Xing [6]		√			√			√	√
2004 Ou [66]				√	√		√		√
2004 Xing [79]		√			√			√	√
2006 Tang [11]		√			√		√		√
2006 Zio [33]	√				√		√		√
2007 Xing [9]		√			√		√		√
2008 Mo [63]			√			√	√		√
2009 Mo [82]		√			√		√		√
2011 Shrestha [17]		√			√		√		√
2014 Mo [26]		√			√		√		√
2015 Lu [30]				√	√		√		√
2015 Wu[13]	√				√		√		√
2015 Wu[64]			√		√		√		√
2016 Zhu [31]			√		√		√		√

1.2.2 PMS 可靠性建模的仿真方法

PMS 建模方法的仿真方法包括蒙特卡洛仿真方法、离散事件仿真以及 Petri 网仿真方法。仿真方法的实施过程为根据元件的失效/维修时间服从的分布及参数进行仿真，产生元件的失效/维修时间，然后根据元件之间的逻辑关系得到系统的失效时间，产生大量的系统失效时间样本，最后对失效时间样本进行逻辑分析得到仿真结果。

1978 年 Tillman 等^[32]首次应用 Monte Carlo 仿真方法对 PMS 的可靠性进行了研究，并考虑元件的失效/维修时间服从非指数分布。Enrico 等^{[33],[34]}对 MC 仿真方法的原理及在可靠性中的应用进行了详细的介绍，考虑航天器中多个元件之间的备份/启用之间的动态关系，利用 MC 仿真方法对多阶段航天推进系统进行了研究。Yang 等^[36]将离散事件仿真方法应用于 PMS 的建模中，对卫星遥测、跟踪与指挥 (Tracking, Telemetry And Command, TT&C) 系统可靠性进行了研究。Petri 网仿真分析也是近年来被用于 PMS 研究分析的一种仿真方法，Mural 等^{[38],[39]}将 Petri 网模型引入动态 PMS 的建模中，并利用马尔科夫更新过程 Petri 网模型对多阶段任务系统的元件相关性进行量化分析。Bondavalli 等^[40]应用可靠性分析软件 DEEM 嵌入的 Petri-net 模块，应用确定性和随机 Petri 网 (Deterministic and Stochastic Petri Nets, DSPN) 作为建模形式，马尔科夫更新过程为建模的数学解析方法，对动态 PMS 进行了建模。Chew 等^[41]应用 Petri 网模型对存在免维修运行期 (Maintenance-free Operating Period, MFOP) 的 PMS 进行建模。Yang 等^[42]将扩展面向对象的 Petri 网 (Extended Object-oriented Petri net) 应用至 PMS 建模中，在进行建模时同时考虑元件存在相关性、非指数分布以及维修等情况。

PMS 可靠性建模的仿真方法主要优点是在进行建模时不需要考虑过多的假设与限制，通用性非常强，可以描述绝大多数的工程应用中的实际情况，例如非指数分布、阶段持续时间为随机分布、动态失效行为等等，在很大程度上弥补了解析方法需要非常多假设的缺陷。因此在目前 PMS 可靠性建模方法中，仿真方法主要用于考虑非指数分布等特殊情况下的可靠性建模与评估等情况。

同时，仿真方法也存在着很多的缺点，主要表现在：1) 为了满足精度要求，仿真方法需要进行非常大量的仿真实验，尤其对寿命较长，可靠度较高的系统，导致计算所需存储空间与计算时间较长；2) 仿真实验往往在达到一定的仿真次数之后，会出现重复仿真的现象，导致其计算结果精度难以满足要求，尤其是对一些高可靠性的航天多阶段任务系统。在本文中，我们应用 MC 仿真方法作为验证方法来对所提出和应用的建模方法进行验证分析。

1.2.3 PMS 可靠性建模的组合模型方法

在本节中，我们对 PMS 建模方法中的组合模型方法进行简单的介绍。PMS 组合模型方法主要包括可靠性框图模型^[3]、故障树模型^[5]、布尔代数模型^{[46], [47]}以及目前最常用的决策图模型等。PMS 组合模型方法主要被用来进行分析静态 PMS，即系统中的元件不可修且元件之间相互独立，不存在动态失效行为，例如冷备份。图 1-2 所示的多阶段系统即为一个三阶段的静态 PMS。

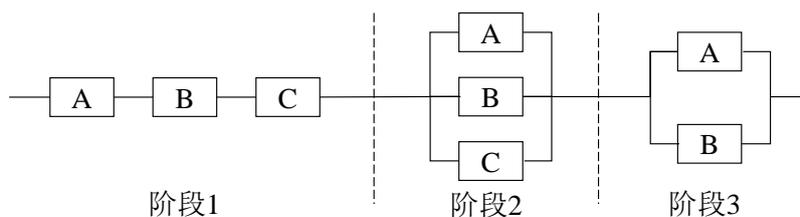


图 1-2 三阶段静态 PMS 模型

(1) 可靠性框图方法与故障树方法

RBD 方法是最早被提出的 PMS 建模方法，1975 年 Esary 与 Ziehms 等提出 PMS 模型的同时也提出了 PMS 分析的可靠性框图方法，也称之为微部件方法或者 EZ 方法^[3]，其核心思想为将系统中的所有部件拆分为一系列的串联的微元件，从而对某个阶段中失效的单元进行标记，从而有效地处理 PMS 的阶段相关性问题的，例如，元件 A 在 j 个阶段都工作，则可以用一组串联的微部件 $\{a_1, a_2, \dots, a_j\}$ 来进行代替，每个微部件都代表元件在某个阶段的行为。微部件方法的 RBD 与 FT 模型如图 1-3 所示。

如果图 1-3 中的微部件 a_j 在每个阶段的失效时间都服从指数分布，则元件 A 在阶段 j 的失效分布函数可表达为：

$$F_{A,j}(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^{j-1} (1 - p_{A,j}(T_i)) \right] + p_{A,j}(t) \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - p_{A,j}(T_i)) \quad (1-1)$$

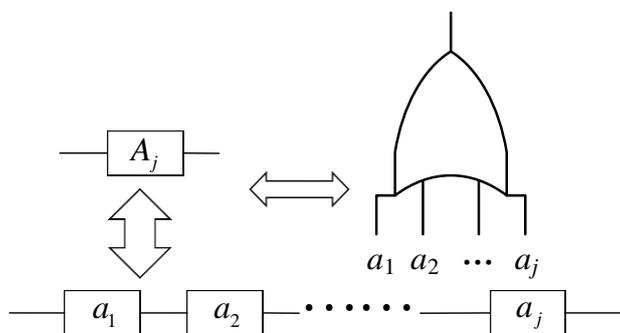


图 1-3 EZ 方法的微部件模型

根据微部件方法，图 1-2 所示的静态 PMS 可等价于图 1-4 所示的 RBD 模型，通过进行模型求解，可得到系统的可靠度。

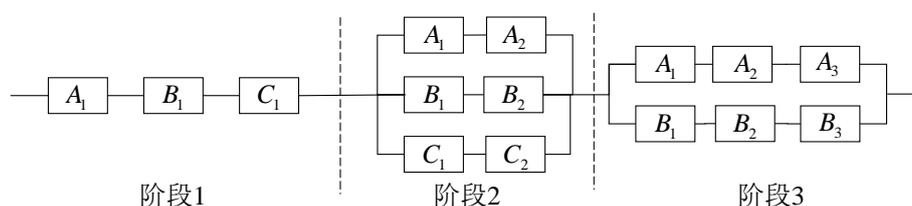


图 1-4 静态 PMS 算例的 RBD 模型

故障树方法也是一种有效的 PMS 建模方法，故障树模型（Fault Tree Analysis, FTA）^[71]由 Waston 于 19 世纪 60 年代在研究火箭可靠性时提出，并逐渐发展为一种非常重要的可靠性分析工具^{[72], [73]}，故障树模型是将系统的故障成因由总体至部分按照树枝状逐渐细分的一种分析方法，通常将系统故障等最不希望发生的事件作为顶事件，然后逐级往底层寻找导致该事件（系统故障）的原因，一直到最底层的元件故障，即底事件，底事件与顶事件之间的事件称为中间事件。根据事件之间的逻辑关系，将顶事件、中间事件与底事件用适当的逻辑门连接，就形成了故障树。故障树分析方法主要包含三个步骤：1) 建立故障树，寻找系统故障与元件故障的逻辑关系；2) 故障树的定性分析，寻找导致顶事件发生的基本事件组合，也就是系统的最小割集；3) 故障树的定量分析，根据系统的最小割集以及底事件的发生概率，计算顶事件发生的概率。故障树分为静态故障树与动态故障树，其中，静态故障树为所有逻辑门全部为静态逻辑门（与门、或门和表决门）的故障树，动态故障树为至少包含一个动态逻辑门的故障树，其中动态逻辑门包括冷备份（Cold Spare Gate, CSP）、优先与门（Priority-AND Gate, PAND）、功能相关门（Function DEpendent Gate, FDEP）等^[74]。

基于故障树模型的静态 PMS 建模方法主要是将 EZ 模型中的 RBD 模型转化为 FT 模型，根据系统 FT 模型，分析得到系统的最小割集，然后根据底事件（元件失效）的分布函数来计算得到顶事件（系统故障）的分布函数。图 1-4 所示的 RBD 模型所对应的多阶段 FT 模型如图 1-5 所示。

基于 RBD 与静态 FT 模型的算法虽然可以有效地处理阶段相关性的问题，但是随着阶段数量与元件数量的增加，其微部件数量的增加非常迅速，会导致整个系统的模型非常庞大，求解也会有较大的困难。在 RBD 与静态 FT 模型的基础上，Somani 等^[75]提出利用表 1-2 阶段代数（Phase Algebra）来降低多阶段 FT 模型的复杂程度，将不可修 PMS 的阶段相关性嵌入建模过程中，降低模型规模，提高计算效率。随后，Ma 与 Trivedi 等^[76]将阶段代数与布尔代数相结合，通过消除法，来

得到不相交的阶段不相交路集 (Sum of Disjoint Phase Products, SDPP), 将系统的不可靠度表示为元件状态的组合, 进一步降低了计算的复杂程度。虽然通过一系列的优化方法使得计算量降低, 但是上述的 RBD 模型、FT 模型以及布尔代数模型依然只能用于元件较少的静态 PMS 的分析。

表 1-2 PMS 阶段代数

$A_i \cdot A_j \rightarrow A_j$	$A_i + A_j \rightarrow A_i$
$\bar{A}_i \cdot \bar{A}_j \rightarrow \bar{A}_i$	$\bar{A}_i + \bar{A}_j \rightarrow \bar{A}_j$
$\bar{A}_i \cdot A_j \rightarrow 0$	$\bar{A}_i + A_j \rightarrow 1$

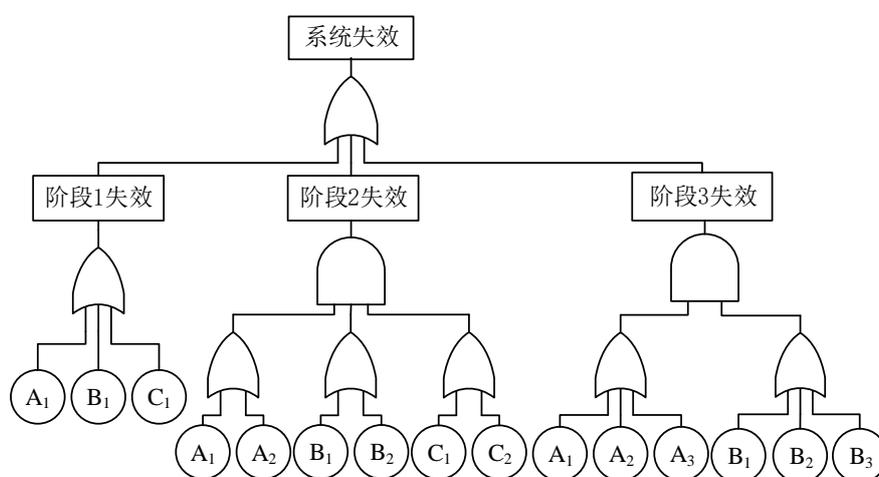
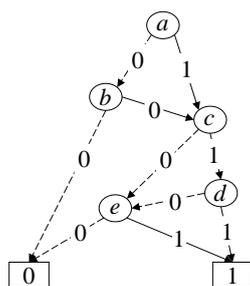


图 1-5 静态 PMS 算例的多阶段 FT 模型

(2) 决策图模型

与上述模型相比, 决策图模型可以用来处理大型的 PMS。在处理同样的 PMS 时, 基于决策图模型的建模方法的计算效率与所占的计算空间都要优于上述模型。决策图模型包括二元决策图 (Binary Decision Diagram, BDD) 以及在 BDD 基础上进行逻辑扩展而来的三元决策图 (Ternary Decision Diagram, TDD)、多值决策图以及多态多值决策图。BDD 模型最早由 Akers^[77]于 1978 年提出, BDD 是基于香农分解 (Shannon Decomposition) 的有向无环图 (DAG, Directed Acyclic Graph)。图 1-6 所示即为 $f = (a+b) \cdot (c \cdot d + e)$ 的 BDD 图形表示。

BDD 模型包含终结点与非终结点, 没有输出的节点‘1’与‘0’称为终结点, 表示整个 BDD 所代表的事件发生与否。其他节点称之为非终结点, 每个非终结点包括两条输出边‘1’与‘0’, 表示该非终结点所表示的事件发生与否。

图 1-6 $f = (a+b) \cdot (c \cdot d + e)$ 的 BDD 示例图

1985 年, Schneeweiss 等^[78]将 BDD 方法应用于可靠性建模, 将故障树模型转化为 BDD 模型进行计算分析。1999 年, Zang 等^[23]第一次提出了将 BDD 模型应用于 PMS 可靠性建模的方法, 称之为 PMS-BDD 方法, 该方法在建立多阶段 BDD 模型时考虑阶段相关性, 利用阶段代数改进 BDD 模型运算规则, 称为阶段相关性操作 (Phase Dependence Operation, PDO), 使得系统 BDD 模型简化, 大大提高了 PMS 可靠性建模的计算效率。进入 21 世纪之后, BDD 模型在 PMS 可靠性建模领域得到了极大的扩展, Xing 等^[6]利用 BDD 模型对 PMS 进行可靠性分析, 从可靠度、系统效能以及部件敏感度等多个角度对 PMS 进行了研究, 首次提出了广义 PMS 的概念, 即系统的状态由多个阶段的状态组合决定, 单阶段的失效并不一定导致系统的失效。Xing 等^{[9], [10]}综合考虑不完全覆盖、共因失效等复杂因素的影响, 对 BDD 模型进行改进, 对复杂条件下的 PMS 进行建模。Tang 等^[11]将相关性代数 (Dependence Algebra) 嵌入 PMS-BDD 模型中, 利用 BDD 模型对存在多失效模式的 PMS 进行了研究。陈光宇等^[14]对传统 BDD 模型进行改进, 提出系统分解与子系统合并的方法, 对不完全覆盖的 PMS 进行可靠性分析, 同时对完全覆盖模型与不完全覆盖模型进行对比分析, 研究其内在的关系。近年来, 大量的学者将 BDD 模型进行逻辑扩展, 利用 TDD、MDD、MMDD 对 PMS 可靠性建模问题进行研究。Shrestha 等^{[17], [18]}利用 MMDD 模型对多态 PMS 进行了研究, 考虑 PMS 中元件为多态可修元件, 利用 MMDD 模型对有序与无序下的多态 PMS 进行了研究。Xing 等^[79]利用 TDD 模型对不完全覆盖下的广义 PMS 进行建模, 并指出 TDD 模型比传统的 BDD 模型要更加高效。Mo 等^[25]利用 MDD 模型对存在多失效模式的 PMS 进行了研究, 并通过算例说明 MDD 模型比 PMS-BDD 模型更加简化。

尽管决策图模型在 PMS 可靠性建模中有着很多优点, 但是其存在着“变量排序”的问题, 在 BDD 模型中, 不同的排序策略对最终生成的系统 BDD 模型的规模存在着较大的影响^{[80], [81]}, 例如, 图 1-6 所示的 $f = (a+b) \cdot (c \cdot d + e)$ 的变量排序为: $a > b > c > d > e$, 如果变量排序为: $c > a > b > d > e$, 则其 BDD 模型图如图 1-7 所示。对比图 1-6 与图 1-7, 我们可以看到图 1-7 所示的 BDD 模型节点更多, 结构更

加复杂，因此不同的变量排序规则生成的 BDD 模型的规模不同。

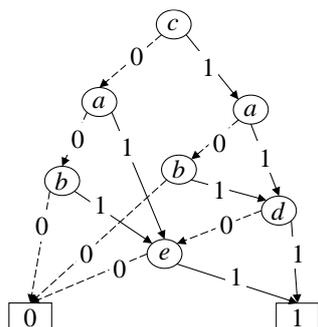


图 1-7 不同排序下 $f = (a+b) \cdot (c \cdot d + e)$ 的 BDD

针对不同变量排序策略对 PMS 中 BDD 模型规模的影响，Zang 等^[23]对比了两种 PMS 建模中的 BDD 排序策略，阶段前向阶段依赖性排序（Forward PDO）与后向阶段依赖性排序（Backward PDO），并对最终生成的 BDD 规模进行了对比，说明了 Backward PDO 所生成的系统 BDD 规模更小。Mo^{[82], [83]}对排序策略进行了进一步的研究，对四种排序策略：前向/后向阶段依赖性排序（Forward/Backward PDO）以及前向/后向串联（Forward/Backward Concatenation）进行了总结，并对不同的 PMS 如何选择排序策略进行了研究。

近年来，决策图模型成为 PMS 可靠性研究分析的热点，其主要的优点包括：1) 决策图模型逻辑清晰，计算效率较高，分析大型 PMS 效率非常高；2) 决策图模型通用性较强，稍加改进就可以分析许多复杂的 PMS 可靠性建模问题。同时，决策图模型也存在着很多的缺点，主要的缺点在于：决策图模型本质上还是一种静态模型，难以分析存在维修、动态失效行为的 PMS。

1.2.4 PMS 可靠性建模的动态模型方法

在本节中，我们对 PMS 建模方法中的动态模型方法进行介绍，动态模型方法也可以称为状态空间模型（State Space Based Methods），主要包括 Markov 模型方法以及 Petri 网模型方法。根据模型的状态空间的规模，动态模型方法大致可以分为两类：第一类称之为统一建模方法，该方法将整个 PMS 作为一个统一的模型，建立单一的 Markov 模型，将所有的阶段都嵌入该 Markov 模型。第二类称为分离建模方法，在分离建模方法中，各个阶段建立单独的 Markov 模型，然后再通过阶段间的状态空间的映射关系将阶段相连，处理阶段相关性的问题。

1980 年，Clarotti 等^[53]首次将 Markov 模型引入 PMS 的研究中，利用 Markov 模型的特性，对 PMS 中存在可修元件的情况进行了研究。随后，Alam 等^[54]提出利用连续时间 Markov 链，建立统一的转移速率矩阵，设置阶段的初始状态概率矩

阵,根据阶段的顺序依次进行计算,最终得到系统的可靠度,同时在该方法中 Alam 研究了阶段时间固定与阶段时间不固定的情况。Smotherman 等^[55]提出利用非齐次 Markov 过程 (Non-homogeneous Markov Process) 对阶段时间不固定、元件失效及维修时间不固定的多阶段任务系统进行了研究,并利用数值方法对系统可靠度进行了求解。Smotherman 等^[56]应用非齐次 Markov 奖励过程 (Non-homogeneous Markov Reward Process),将每个阶段的累积表现嵌入至系统可靠度的评价中。Dugan 等^[57]借鉴故障树转化为 Markov 模型的方法^[84],将阶段故障树自动转化为阶段 Markov 模型,并将多个阶段的 Markov 模型合并为统一的 Markov 模型,建立高效的统一 PMS 建模方法。统一建模方法可以将阶段的相关性包含在模型中,降低阶段相关性的处理难度,但是统一模型存在重用性差,任意阶段的变化甚至阶段顺序的变化就需要重新建立新的模型,同时,多阶段的特性也在某种程度上放大了状态空间模型的状态空间爆炸问题。

为了克服统一建模方法存在的问题,近年来,PMS 可靠性建模方法大多采用分离建模方法, Kim 等^[58]利用分离的阶段 Markov 模型,然后通过阶段间的映射关系,对阶段时间确定、阶段时间为随机变量并且存在阶段时间上限以及阶段时间为随机变量并且不存在阶段时间上限等三种情况进行研究。Somani 等^[59]建立 PMS 的单阶段 Markov 模型,每个阶段的模型都只包含有限数量的状态,降低了状态空间爆炸问题,同时 Somani 为该方法开发了软件包。Wang 等^[60]利用 Markov 模型对存在相关失效的 PMS 进行研究,对每个阶段建立单独的 Markov 模型,之后根据阶段间的系统状态关系建立映射关系,逐个阶段进行计算,得到系统各阶段结束时的系统可靠度。Wu 等^[61]在建立阶段 Markov 模型的过程中,综合应用前向欧拉方法 (Forward Euler Method) 与龙格-库塔方法 (Runge-Kutta Method),建立 Markov 模型转移速率的稀疏矩阵,在一定程度上避免了模型状态空间爆炸的问题,降低了模型计算所需的存储空间,提高了模型的计算效率。

总体来说,状态空间模型方法可以对 PMS 中元件可修、失效相关等动态失效过程进行详细的刻画与描述,但是无论是统一建模方法还是分离建模方法,都会遇到状态空间的爆炸问题,且目前大多数动态模型应用的 CTMC 都存在“元件的失效/维修时间服从指数分布”这一假设,极大地限制了其在 PMS 建模中的应用。

1.2.5 PMS 可靠性建模的模块化方法

近年来,为了克服动态模型的状态空间爆炸问题与组合模型方法无法较好地处理动态失效过程的缺陷,学者提出了将动态模型与组合模型方法相结合,应用模块化思想来对 PMS 进行建模,这在很大程度上也契合现在大型设备在进行设计时

经常采用模块化设计的思想，PMS 模块化方法通过应用状态空间模型来对底层模型进行描述，然后通过组合模型的方法对系统层面进行建模，在很大程度上缓解状态空间爆炸问题，在结合组合模型计算效率较高的优点的同时也可以对动态失效行为进行详细的刻画。

Mura 等^[66]利用 Petri-net 模型与 Markov 模型对 PMS 的阶段行为与阶段内的动态失效行为分别进行建模，研究了 PMS 阶段选择依据前一阶段结束的系统状态这一特殊情况，与动态模型中的统一建模方法相比，该方法计算效率较高。Ou 与 Dugan 等^[67]利用模块化方法，将 PMS 的每个阶段划分为相互独立的模块，并提出模块联合概率 (Module Joint Probability) 这一概念。Xing 等^[68]对存在共因失效的 PMS 进行了研究，将存在共因失效的元件组成模块，利用 BDD 模型对上层模型进行建模。Wang 等^[69]对元件存在维修行为的 PMS 进行了研究，将每个元件作为一个单独的模块，利用 CTMC 对维修行为进行描述和分析，再利用 PMS-BDD 方法对系统的可靠性进行分析。Lu 等^[29]考虑存在可修元件的大规模 GPMS，在应用模块化方法的同时引入行为向量方法，提高了计算效率。

1.2.6 综述总结与问题的提出

综上所述，对 PMS 建模方法的研究取得了一定的成果，从表 1-1 中，我们可以看出目前绝大部分的关于 PMS 建模的研究都假设“阶段时间固定”、“多个任务顺序确定且为串联关系”。这两个假设都大大降低了 PMS 建模的难度，而且同时也符合大多数的航天 PMS 任务。例如，在航天发射任务中，火箭发射、抛整流罩、太阳帆板展开、定点捕获、变轨等一系列动作和任务都是按照提前设定好的时间点，按照既定的顺序来进行，而且任一任务的失败都会导致整个任务的失败，因此本论文对 PMS 建模与优化的研究也是基于这两个假设。

目前对 PMS 可靠性的研究较多，这些研究主要集中于对 PMS 建模方法的研究。目前大多数的 PMS 建模方法中，尤其是解析方法中都存在假设“元件的失效分布或者状态转移分布都服从指数分布”，但是在实际工程应用中，尤其是航天系统这样的复杂系统中，大多数的元件寿命或者状态转移时间并不服从指数分布，而是服从类似于威布尔分布这样的非指数分布，甚至是非参数的经验分布函数^[70]，因此，在 PMS 的研究中考虑非指数分布是非常必要的。而目前在 PMS 建模的研究中考虑非指数分布主要是应用蒙特卡罗仿真、Petri 网仿真等仿真方法来进行建模计算^{[32]-[42]}，而仿真方法存在着存储空间与计算时间较长、重复仿真等缺陷，尤其是用来计算航天系统这样的高可靠性系统，这些缺陷会更加明显。因此，如何在动态/多态 PMS 的建模中考虑非指数分布，同时规避仿真方法存在的缺陷，建立非指

数分布下的动态/多态 PMS 的解析模型，对 PMS 的建模、评估与优化的研究非常重要。

因此，本文将在现有的 PMS 建模方法的基础上，结合实际航天 PMS 中存在的多种特殊情况，例如系统中存在有限维修元件、随机冲击失效以及多态不可修元件等，针对这些特殊情况下的 PMS，同时考虑实际工程中元件的失效/状态转移时间服从非指数分布的情况，提出相对应的 PMS 建模方法，建立非指数分布下的动态/多态 PMS 可靠性模型，对不同情况下的非指数动态/多态 PMS 进行建模，并在此基础上进行非指数分布 PMS 的冗余优化研究。

1.3 论文的主要研究内容与结构

1.3.1 论文的研究内容

考虑到复杂动态 PMS 中元件的失效分布或者状态转移时间分布服从非指数分布难以用传统的 CTMC 进行建模的难题，本文拟对非指数分布下的复杂 PMS 系统可靠性建模与优化方法进行研究，拓展 PMS 建模与优化的研究，主要的研究内容包括：

(1) 有限维修下的多阶段任务系统可靠性建模方法

在现有的模块化方法的基础上引入非指数分布，应用半马尔科夫过程 (Semi-Markov Process, SMP) 对系统中的动态模块进行建模，利用 PMS-BDD 方法对静态模块进行研究，同时利用数值方法对 SMP 中的复杂积分进行高精度计算，通过与 Monte Carlo 方法的对比说明该数值方法的精确性与高效性，最后，通过某型号卫星的姿轨控多阶段任务系统对建模方法进行说明。

(2) 考虑随机冲击失效的多阶段任务系统可靠性建模方法

在研究内容 (1) 的基础上，考虑更加符合实际工程的复杂 PMS，在进行建模时考虑系统受到随机冲击影响以及冷备份系统中的监测/切换元件，利用模块化方法，将随机冲击的影响嵌入至模块的建模中，应用 Markov 更新过程 (Markov Regenerative Process, MRGP) 对冲击影响下的动态模块进行分析，同时针对不同元件可能冲击影响的机理不同的情况，在同一个模块中同时考虑极限冲击及累积冲击的影响，最后利用 PMS-BDD 模型及模块可靠性模型，建立随机冲击影响下的 PMS 可靠性模型。

(3) 多态多阶段任务系统可靠性建模方法

考虑航天系统中元件或者子系统的失效过程表现多态的特征，且由于长期在外太空运行难以维修的情形，研究不可修多态多阶段系统 (Multi-State Phased

Mission System, MS-PMS) 可靠性建模方法, 针对目前 MMDD 模型难以完整描述多态元件的多阶段之间的相关性问题, 提出 MMDD 模型的阶段代数以及 PMS-MMDD 方法, 相比传统的 MMDD 模型或者 PMS-BDD 模型更加简洁高效。在此基础上, 提出基于 Markov 更新过程的非指数分布多态不交和路径计算方法, 利用从内到外逐层计算, 对多重积分进行数值计算, 并与 Monte Carlo 方法及传统的阶段成功概率相乘的方法进行对比, 说明该方法的正确性及高效性。

(4) 混合备份下的多阶段任务系统可靠性优化方法

在航天系统中, 为了达到较高的可靠性, 在对一些关键零部件进行设计时经常采用冗余备份的方案, 在以往的可靠性冗余优化研究中, 往往只会对单独采用热备份或者冷备份的系统可靠性进行优化研究, 而这两种情况只是混合备份的两种特殊情况。在本文的冗余优化研究中, 对冷热备份进行综合, 利用模块化方法对混合备份下的多阶段任务系统进行建模, 在此基础上利用改进的遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 同时对备份策略 (冷、热或者混合备份) 及系统结构进行综合优化分析。

1.3.2 论文的结构

本论文共分为六章, 围绕着非指数分布下的复杂多阶段任务系统可靠性建模与优化方法这一核心内容展开研究。论文的总体框架如图 1-8 所示, 章节的组织以 PMS 的建模、优化及马尔科夫更新理论为主线来贯穿。

各章的主要内容为:

第一章简要介绍研究背景、研究现状以及论文的主要研究内容与结构。

第二章针对复杂 PMS 中元件失效/维修时间服从非指数分布的情形, 利用半 Markov 过程及模块化方法, 对存在有限维修的复杂 PMS 进行建模方法研究。

第三章在第二章研究的基础上, 考虑冷备份模块中存在监测/切换元件, 并考虑随机冲击失效的影响等更加符合实际工程的情形, 应用 Markov 更新过程对随机冲击影响下的动态 PMS 开展建模方法研究。

第四章针对不可修 PMS 中元件多态的特性, 在传统 MMDD 模型的基础上, 提出 PMS-MMDD 模型, 进而考虑非指数分布多态元件, 建立基于 Markov 更新过程的多态不交和路径的计算方法。

第五章在前面 PMS 建模方法的基础上, 针对航天 PMS 系统中备份较多的情形, 对混合备份下的 PMS 开展冗余优化研究。

第六章为全文总结与未来研究工作展望。

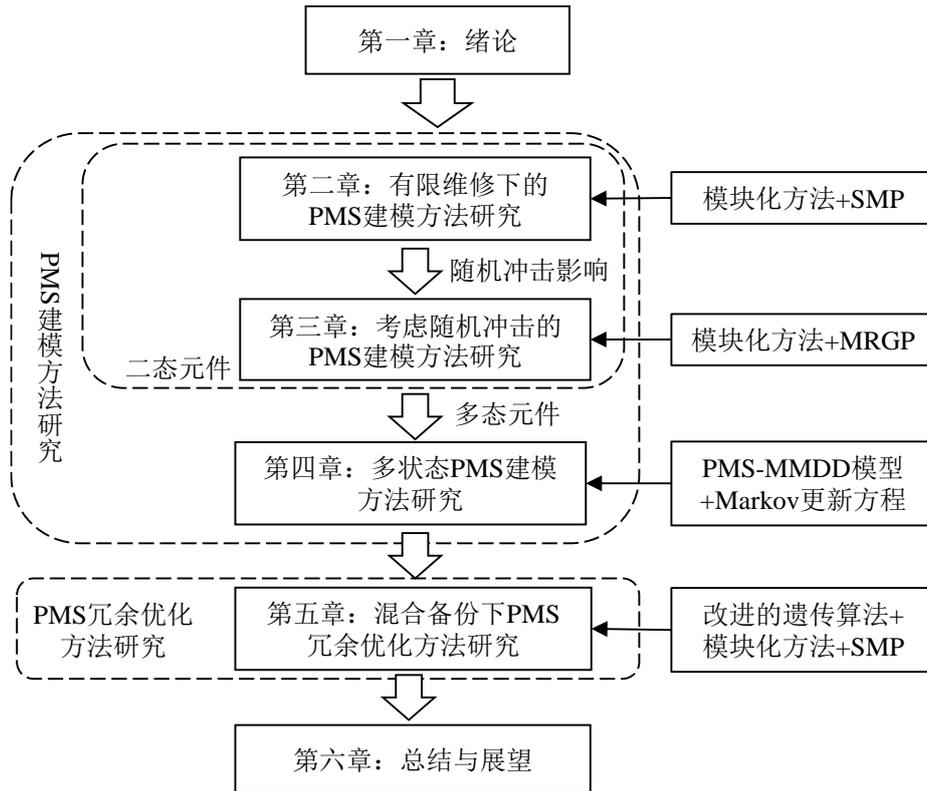


图 1-8 论文的基本结构图

第二章 有限维修下的多阶段任务系统可靠性建模方法

2.1 引言

大多数的航天系统在其全寿命周期的不同时间段内，需要不同功能的元件共同来完成多个不同的任务，是典型的多阶段任务系统。此外在航天系统中，为了保证较高的系统可靠性以及较高的任务完成率，在进行系统设计时，部分关键零部件（例如卫星姿轨控系统星载计算机等）都会通过增加冷备份的方法来提高系统可靠性^[85]，同时携带有限的维修资源，对零部件进行有限的维修/替换，进一步提高系统的可靠性。

由第一章的分析可知，目前 PMS 动态建模方法主要包括状态空间模型及模块化方法。以 Markov 为代表的状态空间模型可以较好地描述系统的复杂动态失效行为，如冷备份、维修等。应用 Markov 模型对 PMS 进行建模的方法主要包括两类：一类称为“统一建模方法”^{[55]-[57]}，统一建模方法将整个 PMS 作为一个整体的系统，构建一个统一的 Markov 链来对系统进行建模，但是统一建模方法会导致 Markov 链的状态空间非常庞大，计算较为复杂，同时单个阶段的结构改变就需要整个系统的 Markov 链做出改变，通用性较差；第二类称为“阶段独立建模方法”^{[60],[61]}，阶段独立建模方法是对每个阶段建立单独的 Markov 模型，避免出现非常庞大的状态空间，但是这种方法需要考虑如何处理阶段之间的相关性。当系统结构较为复杂、元件较多时，这两类 Markov 模型都会出现状态空间爆炸的问题。

近年来，为了缓解状态空间模型的状态空间爆炸问题，模块化方法^{[66],[67]}被大量应用于 PMS 动态系统的建模中。模块化方法的主要思想是将系统进行分层，通过 Markov 模型来对系统的下层模型进行建模，降低状态空间模型的规模，然后利用组合模型来对上层模型进行分析，对阶段相关性问题进行高效处理。由于可以在处理系统的动态行为的同时大幅缓解单独应用状态空间模型方法时存在的状态空间爆炸问题，模块化方法被大量应用于多阶段任务系统的可靠性建模与分析中。

目前，绝大多数的多阶段任务系统可靠性建模与评估方法都是建立在部件的失效/维修时间服从指数分布的假设之上，以此为基础应用传统的齐次 Markov 链对系统的动态行为进行建模，而这在实际的工程中存在着极大的限制，在工程实际应用中，尤其是在高可靠的复杂航天系统中，多数部件的失效并不服从简单的指数分布，例如，大部分机械零部件服从威布尔分布^{[86]-[88]}而非指数分布。本章将在现有的多阶段任务系统的模块化建模方法的基础上，应用半马尔科夫过程对动态系统中元件失效/维修时间服从非指数分布的情况进行建模，并应用数值方法对半马

尔科夫过程中的复杂积分进行高精度近似计算，综合应用半马尔科夫过程与模块化方法对有限维修下的多阶段任务系统进行可靠性建模方法的研究。

本章的主要研究内容安排如下：2.2 节简要介绍模块化方法及 PMS-BDD 方法。2.3 节介绍关于半马尔科夫过程的理论基础，并对半马尔科夫过程在非指数有限维修系统中的应用进行研究，同时应用数值计算方法对模型进行近似求解，并通过与蒙特卡洛方法进行对比来说明数值计算方法的计算精度与计算效率。2.4 节结合某型卫星的姿态轨道控制系统的工程实例，对模块化方法与半马尔科夫过程相结合的可靠性建模过程进行详细说明。

2.2 多阶段任务系统模块化分析方法

模块化方法是组合模型方法与状态空间模型相结合的方法，结合了组合模型方法与状态空间模型方法各自的优点，同时规避了两种方法缺点，在对系统动态失效行为进行有效分析的同时缓解了状态空间爆炸问题。模块化方法利用组合模型方法来处理多个阶段的阶段相关性问题，贯穿整个寿命周期，称为上层模型，同时利用状态空间模型来处理模块内动态失效行为，称为下层模型。本节中介绍的模块化方法由 Ou 与 Dugan 等^[67]在 2007 年提出，其建模的主要思想为：将系统故障树的底事件分割为多个相互独立的模块，存在动态行为的模块利用状态空间模型进行计算，静态模块则利用 PMS-BDD 模型进行处理，分别求解各独立模块的可靠度，最后将这些相互独立的模块并入系统级的 BDD 模型中，利用 PMS-BDD 方法对系统可靠度进行计算。

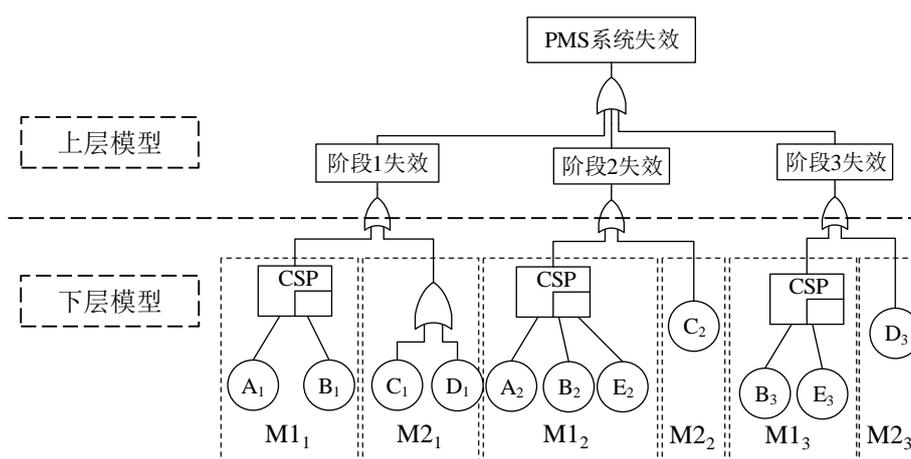


图 2-1 模块化 PMS 故障树

以下结合具体的算例，简要介绍多阶段任务系统模块化算法的分析流程。考虑一个三阶段、五部件的 PMS，其模块化的故障树如图 2-1 所示。

应用模块化算法对图 2-1 中的 PMS 进行分析，主要的算法流程分为四步：

第一步，分析阶段故障树，将所有的底事件根据阶段模块化的原则分为若干相互独立的阶段模块。每个阶段模块应该满足两个基本条件：1) 模块中包含该阶段的底事件，模块为若干个底事件的组合；2) 每个由底事件组成的阶段模块是该阶段故障树的子故障树，并且阶段内各模块之间相互独立。在图 2-1 中，阶段 1 故障树包括两个阶段模块 $\{A, B\}$ 与 $\{C, D\}$ ；阶段 2 故障树包括两个阶段模块 $\{A, B, E\}$ 与 $\{C\}$ ；阶段 3 故障树包括两个阶段模块 $\{B, E\}$ 与 $\{D\}$ 。

第二步，对不同阶段的阶段模块进行融合，得出系统级的独立模块。通过元件在不同阶段模块中重合出现来找出系统性独立模块，在本例中，一共包括两个系统级独立模块，分别为 $\{A, B, E\}$ 与 $\{C, D\}$ 。

第三步，确定模块为动态或者静态模块。如果模块在任意阶段中包含一个动态故障树，如冷备份、故障相关等，则其为动态模块；如果模块在任意阶段中只有静态故障树，则其为静态模块。在本例中，模块 $\{A, B, E\}$ 中包含冷备份门，为动态模块，模块 $\{C, D\}$ 中只包含或门，为静态模块。

第四步，根据模块的特性，对模块可靠度进行计算。对于动态模块采用状态空间模型，例如马尔科夫链模型；对于静态模块采用 PMS-BDD 方法计算得到其联合阶段概率。

第五步，将每个模块作为一个系统级故障树的底事件，利用 PMS-BDD 模型对系统模块化故障树进行求解，得到基于模块化方法的系统可靠度。

对图 2-1 所示的 PMS 进行计算时，应用模块化方法我们只需要求解最多 4 个状态的马尔科夫链，而采用传统的 Markov 模型方法时，则需要求解大约 32 个状态的马尔科夫链，由此可以看出，模块化方法可以高效地处理存在动态失效行为的 PMS，这也是模块化方法最显著的优点。下面介绍半马尔科夫过程及其在可靠性建模中的应用。

2.3 半马尔科夫模型

半马尔科夫过程由 Levy^[89]与 Smith^[90]分别在 1954 年与 1955 年提出并应用于计数过程中，其理论基础在七八十年代得以逐渐完善且其应用领域越来越广泛^{[91],[92]}。90 年代后期，Ciardo^[93]和 Perman^[94]等将半马尔科夫过程引入可靠性领域中。近年来，由于其在处理存在非指数分布方面的优势，半马尔科夫过程在可靠性领域的应用越来越广泛^[95]，本节将对半马尔科夫过程及其基础理论做一个简单的介绍。

2.3.1 半马尔科夫模型

(1) 马尔科夫更新理论

假设一个多态系统有 $M = \{1, 2, \dots, M\}$ 个有限工作状态，其在任意时刻的工作状态可以用一个二维随机过程 $\{X, S\} = \{X_n, S_n; n \in [1, M]\}$ 来进行描述，其中 S_n 表示系统工作状态发生变化的时刻点， X_n 为系统在时刻 S_n 的系统状态，如果该二维随机过程 $\{X, S\}$ 满足条件：

$$\begin{aligned} & \Pr\{X_{n+1} = j, S_{n+1} - S_n \leq t \mid X_n = i, \dots, X_0; S_n, \dots, S_0\} \\ & = \Pr\{X_{n+1} = j, S_{n+1} - S_n \leq t \mid X_n = i\} \end{aligned} \quad (2-1)$$

则 $\{X, S\}$ 为马尔科夫更新序列 (MRS, Markov Renewal Sequence)。其中如果时刻 $S_0 = 0$ 并且对于所有的 n 都满足 $S_{n+1} > S_n$ ，则 X_n 与 S_n 分别为该随机过程第 n 次状态变化前的系统状态与第 n 次状态变化的时刻。式(2-1)表现了 MRS 的无后效性，即系统在时刻 S_n 之后的状态与时刻 S_n 之前的状态 $(X_0, X_1, \dots, X_{n-1})$ 无关，只与当前时刻的状态 X_n 相关。

同时如果在马尔科夫更新序列中，对于任意 $n (n \geq 1)$ ，如果其条件转移概率 $Q_{i,j}(t)$ 满足条件：

$$\begin{aligned} Q_{i,j}(t) &= \Pr\{X_{n+1} = j, S_{n+1} - S_n \leq t \mid X_n = i\} \\ &= \Pr\{X_1 = j, S_1 - S_0 \leq t \mid X_0 = i\} \\ &= \Pr\{X_1 = j, S_1 \leq t \mid X_0 = i\} \end{aligned} \quad (2-2)$$

则该马尔科夫更新序列为时间齐次 (Homogenous) 马尔科夫更新序列。式(2-2)表示由状态 i 转移至状态 j 的时间分布 $Q_{i,j}(t)$ 与已经发生的转移次数 n 无关，只与发生状态转移前后的状态 i, j 有关，其中，条件转移概率矩阵 $Q(t) = [Q_{i,j}(t)]$ 称为该马尔科夫更新序列的内核矩阵。

(2) 半马尔科夫过程

基于上一节中所介绍的齐次马尔科夫更新序列 (X, S) ，若一个随机过程 $Y = \{Y_t; t \geq 0\}$ 为半马尔科夫过程，则需要满足：

$$Y_t = X_{N(t)} = X_n, \quad t \geq 0, S_n < t < S_{n+1} \quad (2-3)$$

其中 $N(t)$ 为计数过程，表示随机过程 Y_t 的第 $N(t)$ 次状态变化，半马尔科夫过程只会在马尔科夫更新时间点 S_n 上产生状态变化，并且半马尔科夫过程只在这些更新时间点 S_n 上才具有无后效性 (Memoryless)。

在可靠性领域应用半马尔科夫模型的主要目的是求解系统任意时刻的状态概率，通过系统的状态概率进一步求解系统的其他可靠性指标，定义矩阵

$\theta(t)=[\theta_{i,j}(t)]$, $\theta_{i,j}(t)$ 为半马尔科夫过程在时间段 $[0,t]$ 内从状态 i 转移至状态 j 的条件概率, 则 $\theta_{i,j}(t)$ 满足马尔科夫更新方程^[96]:

$$\theta_{i,j}(t) = \sigma_{i,j} \left(1 - \sum_{j=1}^M Q_{i,j}(t) \right) + \sum_{k=1}^M \int_0^t q_{i,k}(t) \theta_{k,j}(t-\tau) d\tau \quad (2-4)$$

其中, $q_{i,k}(t) = \frac{dQ_{i,k}(t)}{dt}$, $\sigma_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } i = j, \\ 0, & \text{if } i \neq j \end{cases}$

根据式(2-4)可求得半马尔科夫过程的状态转移概率矩阵 $\theta(t)$, 则该半马尔科夫过程在任意时刻的系统状态向量 $P(t)=[P_M(t), \dots, P_1(t)]$ 可计算为:

$$P(t) = P(0) \cdot \theta(t) \quad (2-5)$$

其中, $P(0)$ 为 $t=0$ 时刻的系统状态向量, 即系统的初始状态向量。

2.3.2 半马尔科夫模型的数值计算方法

相较于传统的 CTMC, SMP 的状态转移时间分布可以为任意分布, 在可靠性建模中更加接近实际情况, 但是在可靠性领域中并没有得到广泛的应用, 非常重要的一个原因是, 在应用非指数分布, 例如威布尔分布时, 式(2-4)中的复杂积分经常难以得到解析表达式, 这一难题极大地限制了 SMP 在可靠性领域的应用。针对该难题, 在本文中利用数值解析的方法对复杂积分进行高精度近似求解, 具体来说, 就是在时域内对连续积分变量时间 t 进行离散化处理, 然后利用梯形积分法^[97] (Trapezoidal Integration Method) 对复杂积分进行近似计算, 得到 $Q_{i,j}(t)$ 与 $\theta_{i,j}(t)$ 的近似解。在本节中, 以一个存在有限维修的冷备份系统为例对 SMP 的应用及其数值计算方法的计算精度和效率进行研究。

某系统中包括两个元件 A 和 B, 元件 A 为正常工作部件, 元件 B 为系统冷备份部件。当元件 A 失效时, 系统会自动切换到冷备份 B, 切换时间可以忽略不计, 同时系统携带有有限的维修资源足够对元件 A 进行一次维修/替换, 元件 A 的失效时间 $F_A(t)$ 、维修时间 $G_A(t)$ 及元件 B 的失效时间 $F_B(t)$ 都服从威布尔分布 ($F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}$), 其中 α 为比例参数 (Scale Parameter), β 为形状参数 (Shape Parameter)。该系统的状态转移图如图 2-2 所示。

图 2-2 中的 w 、 s 、 f 分别表示元件处于工作、备份、失效三个状态, 系统状态 1,2,3 为工作状态, 状态 4 为失效状态。系统的状态跳转过程可描述为:

- 状态 1→状态 2: 元件 A 失效, 冷备份元件 B 开始工作;
- 状态 2→状态 3: 元件 A 的维修/替换在元件 B 失效之前完成, 元件 B 失效之后经过维修/替换的元件 A 开始工作;

- 状态 2→状态 4: 元件 A 的维修/替换在元件 B 失效之前未完成, 系统失效;
- 状态 3→状态 4: 维修/替换后的元件 A 失效, 系统失效。

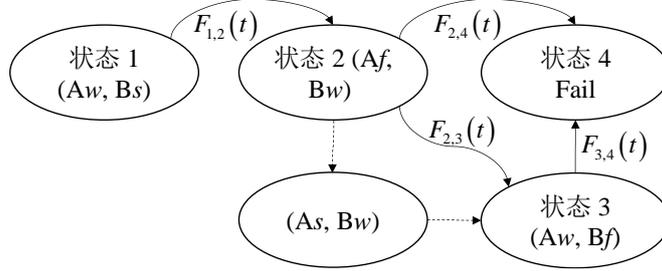


图 2-2 有限维修的冷备份算例状态转移图

根据上一节中介绍的半马尔科夫过程, 该冷备份系统的状态转移概率矩阵 $\theta(t)$ 的计算过程可分为四个步骤:

步骤 1: 根据系统的状态转移图, 确定系统的内核矩阵 $Q(t)$ 与状态转移概率矩阵 $\theta(t)$ 的表达式。根据图 2-2, 该 SMP 的 $Q(t)$ 与 $\theta(t)$ 分别为:

$$Q(t) = \begin{Bmatrix} 0 & Q_{1,2}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{2,3}(t) & Q_{2,4}(t) \\ 0 & 0 & 0 & Q_{3,4}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (2-6)$$

$$\theta(t) = \begin{Bmatrix} \theta_{1,1}(t) & \theta_{1,2}(t) & \theta_{1,3}(t) & \theta_{1,4}(t) \\ 0 & \theta_{2,2}(t) & \theta_{2,3}(t) & \theta_{2,4}(t) \\ 0 & 0 & \theta_{3,3}(t) & \theta_{3,4}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{4,4}(t) \end{Bmatrix} \quad (2-7)$$

步骤 2: 根据系统状态转移过程中的竞争失效行为, 确定内核矩阵 $Q(t)$ 中的每个元素 $Q_{i,j}(t)$ 及其一阶微分 $q_{i,j}(t)$ 的表达形式。以 $Q_{2,3}(t)$ 与 $Q_{2,4}(t)$ 为例, $Q_{2,3}(t)$ 表示元件 B 在元件 A 维修完成之后失效的概率而 $Q_{2,4}(t)$ 表示元件 B 在元件 A 维修完成之前失效的概率, $Q_{2,3}(t)$ 与 $Q_{2,4}(t)$ 的表达式分别为:

$$\begin{aligned} Q_{2,3}(t) &= \Pr\{(Ft_B \leq t) \& (Rt_A < Ft_B)\} = \int_0^t G_A(u) dF_B(u) \\ Q_{2,4}(t) &= \Pr\{(Ft_B \leq t) \& (Rt_A > Ft_B)\} = \int_0^t (1 - G_A(u)) dF_B(u) \end{aligned} \quad (2-8)$$

其一阶微分的表达式 $q_{2,3}(t)$ 与 $q_{2,4}(t)$ 分别为:

$$\begin{aligned}
 q_{2,3}(t) &= \frac{dQ_{2,3}(t)}{dt} = G_A(t) f_B(t) \\
 q_{2,4}(t) &= \frac{dQ_{2,4}(t)}{dt} = (1 - G_A(t)) f_B(t)
 \end{aligned} \tag{2-9}$$

其中 F_{t_A} 、 F_{t_B} 和 R_{t_A} 分别表示元件 A 与元件 B 的失效时间与元件 A 的维修时间。式(2-6)中其他元素也可用同样的方法确定，可得该 SMP 的内核矩阵 $Q(t)$ 为：

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 0 & F_A(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \int_0^t G_A(u) dF_B(u) & \int_0^t (1 - G_A(u)) dF_B(u) \\ 0 & 0 & 0 & F_A(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2-10}$$

步骤 3：求解系统的条件转移概率矩阵 $\theta(t)$ 。首先，将式(2-10)中的内核矩阵 $Q(t)$ 及其一阶微分 $q_{i,j}(t)$ 代入式(2-4)所示的马尔科夫更新方程，可得相应的条件概率方程组：

$$\begin{cases} \theta_{1,1}(t) = 1 - Q_{1,2}(t) & \theta_{2,2}(t) = 1 - Q_{2,3}(t) - Q_{2,4}(t) \\ \theta_{1,2}(t) = \int_0^t q_{1,2}(\tau) \theta_{2,2}(t - \tau) d\tau & \theta_{2,3}(t) = \int_0^t q_{2,3}(\tau) \theta_{3,3}(t - \tau) d\tau \\ \theta_{1,3}(t) = \int_0^t q_{1,2}(\tau) \theta_{2,3}(t - \tau) d\tau & \theta_{2,4}(t) = \int_0^t q_{2,3}(\tau) \theta_{3,4}(t - \tau) d\tau \\ \theta_{1,4}(t) = \int_0^t q_{1,2}(\tau) \theta_{2,4}(t - \tau) d\tau & + \int_0^t q_{2,4}(\tau) \theta_{4,4}(t - \tau) d\tau \\ \theta_{3,3}(t) = 1 - Q_{3,4}(t) & \theta_{3,4}(t) = \int_0^t q_{3,4}(\tau) \theta_{4,4}(t - \tau) d\tau \end{cases} \tag{2-11}$$

然后，利用两点梯形积分法对式(2-11)中的积分进行求解，以 $\theta_{1,2}(t)$ 为例，其近似解可计算为：

$$\begin{aligned}
 \theta_{1,2}(t) &= \int_0^t q_{1,2}(\tau) \theta_{2,2}(t - \tau) d\tau \\
 &\approx \sum_{k=1}^L \frac{1}{2} [q_{1,2}(\tau_k) \theta_{2,2}(t - \tau_k) + q_{1,2}(\tau_{k+1}) \theta_{2,2}(t - \tau_{k+1})] (\tau_{k+1} - \tau_k)
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

在式(2-12)中，式 $\int_0^t q_{1,2}(\tau) \theta_{2,2}(t - \tau) d\tau$ 中的积分区间 $[0, t]$ 被离散为 L 个等值的离散区间，每个离散区间的间距为 $\delta = t/L$ ，并且 $0 = \tau_1 < \tau_2 \cdots < \tau_{L+1} = t$ 。一般来说， L 的取值越大，每个区间间距就会越小，该近似方法计算结果误差就会越小，也会越接近真实值，但同时其计算所需的存储空间和计算时间也会相应地增大。

步骤 4：根据系统的初始状态概率 $P(0)$ 以及步骤 3 中所求得的 $\theta(t)$ ，代入式(2-5)中，求解得到系统在任意时刻 t 的状态概率 $P(t)$ 。

2.3.3 计算精度及计算效率分析

前文中我们提到，在应用半马尔科夫过程的计算过程中，很多情况下由于无法得到精确的表达式，无法得到 $\theta(t)$ 的精确解析解，因此采用数值计算方法对复杂积分进行近似计算。在本节中，应用图 2-2 中的算例，将数值计算方法的结果与蒙特卡洛仿真算法所得到的结果进行对比，对数值计算方法的计算精度与计算效率进行研究，所应用的计算机参数为 CPU Core i7-4720HQ（主频 2.6GHz）与内存 8G。

图 2-2 中元件 A 和元件 B 的威布尔分布的参数如表 2-1 所示，并且系统的初始状态向量为： $\mathbf{P}(0)=[p_1(t)=1, p_2(t)=p_3(t)=p_4(t)=0]$ 。

表 2-1 有限维修的冷备份算例元件参数

	$F_A(t)$	$F_B(t)$	$G_A(t)$
α	2	1.5	1.5
β (/天)	10	10	20

首先，应用上节中介绍的数值近似方法进行计算，设定离散区间的间距为 $\delta=0.1$ ，得到系统的各个状态的状态概率随时间变化的曲线，如图 2-4 中的有标记曲线所示，其计算时间为 0.22s。

其次，应用蒙特卡洛仿真方法对该系统再次进行计算分析，蒙特卡洛仿真的大致流程为：利用各个元件的失效或者维修分布产生大量的随机失效/维修时间，每一次的仿真数据都相当于系统的一次随机实现，然后根据系统的逻辑结构与仿真得到的元件失效/维修时间来得到系统的失效时间，最后通过对系统失效时间进行统计分析得到系统随时间变化的可靠度。在蒙特卡洛方法中，仿真次数越多，其得到的系统可靠度越接近真实值，同时其计算所需的存储空间和计算时间也会越大。利用蒙特卡洛方法计算图 2-2 中的系统状态概率，具体的仿真流程如图 2-3 所示。

在图 2-3 中， $T_{i,j}$ 表示仿真所得的系统由状态 i 向状态 j 的转移时间， $T_s(n,i)$ 表示在第 n 次仿真中所记录的系统在状态 i 的停留时间。通过对 $T_s(n,i)$ 的统计分析，可得到系统各状态概率随时间的变化曲线。图 2-4 为数值方法离散值 $\delta=0.1$ 与蒙特卡洛方法仿真量 $N_{\max}=2 \times 10^5$ 时的系统各状态随时间变化的对比图。

根据图 2-4，通过半马尔科夫过程以及数值近似计算方法可以得到较高精度的结果。同时，对不同仿真数量（ $N_1=5 \times 10^2$ ， $N_2=5 \times 10^3$ ， $N_3=5 \times 10^4$ ， $N_4=5 \times 10^5$ 和 $N_5=5 \times 10^6$ ）所得到的系统可靠度与数值方法得到的解进行对比，在不同仿真量下的系统可靠度的最大差值、平均差值和计算时间如表 2-2 所示。

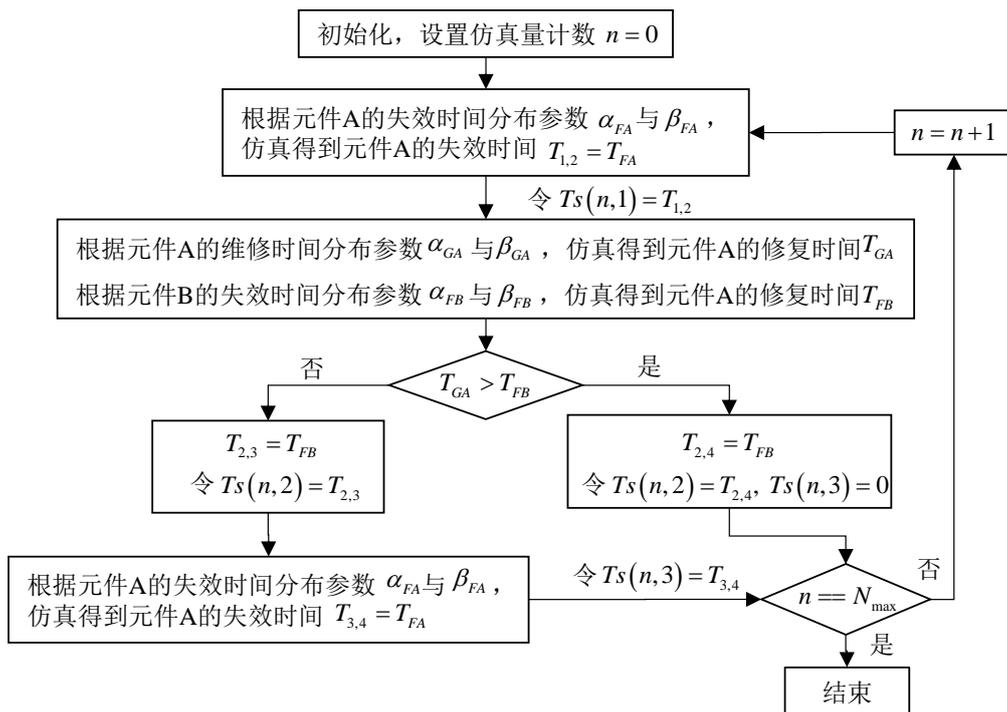


图 2-3 有限维修的冷备份算例 MC 仿真过程

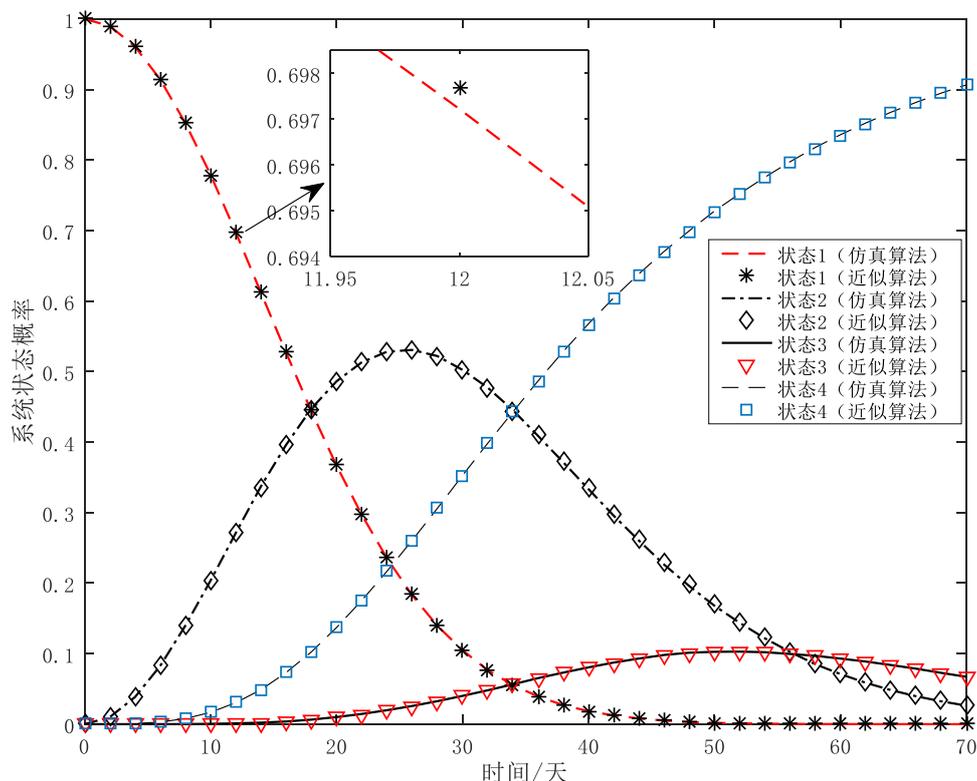


图 2-4 有限维修的冷备份算例各状态概率随时间变化的对比图

通过对表 2-2 中不同仿真量下的误差及计算时间的对比, 可以发现, 随着仿真

量的逐步增加，蒙特卡洛方法的仿真结果会随着仿真量的增加越来越接近本文所提的近似方法所得到的解，而蒙特卡洛方法的仿真结果会随着仿真量的增加越来越接近真实值，因此，我们可以得到本文所应用的数值计算方法的计算精度非常高，并且在同样精度的要求下，该数值计算方法的计算效率要远高于蒙特卡洛仿真方法。

表 2-2 数值方法与仿真方法在不同仿真量下的对比

仿真量	5×10^2	5×10^3	5×10^4	5×10^5	5×10^6
可靠度最大差值	4.96×10^{-2}	1.98×10^{-2}	4.37×10^{-3}	2.75×10^{-3}	4.49×10^{-4}
可靠度平均差值	1.10×10^{-2}	4.27×10^{-3}	1.04×10^{-3}	8.16×10^{-4}	2.66×10^{-4}
仿真计算时间 (s)	0.69	5.37	60.59	773.44	6062.06

2.4 算例分析

在前文中，我们介绍了 PMS 模块化方法，并结合数值计算方法对半马尔科夫过程在可靠性建模中的应用进行了分析。在本节中将结合具体的实例——某型卫星姿态轨道控制系统对有限维修下的多阶段任务系统的建模过程进行分析。

2.4.1 卫星姿态轨道控制系统

某型国产卫星的收拢状态如图 2-5 所示，其姿态轨道控制系统（简称姿轨控系统，Altitude and Orbit Control System, AOCS）为整个卫星系统不可或缺的关键子系统，姿轨控系统负责卫星从发射开始到在轨运行直至寿命结束的各任务阶段的卫星姿态和轨道控制任务，并向地面控制站提供实时姿态数据。根据研制技术要求，姿轨控分系统设计寿命为 6 年，设计要求六年寿命末期的可靠度 >0.95 。

卫星姿轨控系统包括三个大的子系统：控制子系统、敏感器子系统、动力子系统，其工作流程如图 2-6 所示，系统通过敏感器子系统获得卫星的姿态角与高度等数据并传输给控制子系统（轨道参数注入），然后控制子系统根据卫星实时姿态角与高度做出指令，最后动力子系统根据指令来对卫星的姿态角与高度做出相应的调整，通过姿轨控系统的不断的调整来保证卫星在全寿命周期内处于正确的姿态与轨道上，从而保证卫星上的有效载荷正常工作。

控制子系统包括轨道控制计算机 (A) 以及冷备份计算机 (B)，敏感器子系统包括红外地球敏感器 (C)、数字太阳敏感器 (D)、星敏感器 (E) 以及三浮陀螺组件 (F)，动力子系统包括动量轮 (JK\L)、变轨大推力 (490N) 发动机 (G) 以及

轨道控制小推力（45N）推进器（H）及其冷备份（I），所有元件的寿命/维修分布参数如表 2-3 所示。

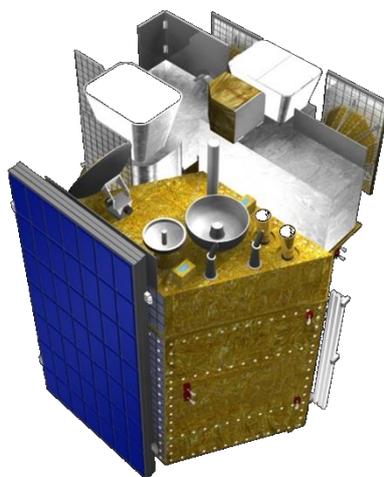


图 2-5 某型卫星收拢状态示意图



图 2-6 卫星姿轨控系统工作流程图

表 2-3 卫星姿轨控系统中元件的参数

元件	α	β (/天)
A\B	2	500
AG	2	300
C\D\E\F	1.5	1000
EG	2	300
G	1.5	1000
H\I	2	900
J\K\L	1.5	15000

根据卫星在不同阶段需要完成的任务，将寿命周期分成三个大的阶段：发射阶段、轨道转移阶段以及正常在轨工作阶段，发射阶段中姿轨控系统需要向地面控制站提供实时姿态数据，其阶段故障树模型如图 2-7(a)所示。卫星与运载火箭星箭分离后进入大椭圆转移轨道，姿轨控分系统在该过程中需要先后多次完成速率阻尼、太阳捕获、地球捕获、地球指向、多次大推力推进器点火远地点变轨和若干次定点

捕获等复杂的姿态轨道控制过程，使卫星最终到达预定的地球同步轨道定点位置，其阶段故障树模型如图 2-7(b)所示。在静止轨道正常运行阶段中，姿轨控系统 will 保证卫星对地的稳定姿态，并定期进行轨道控制，保持卫星的轨道高度与定点位置，定期完成动量轮卸载及南北掉头等任务，其阶段故障树模型如图 2-7(c)所示。

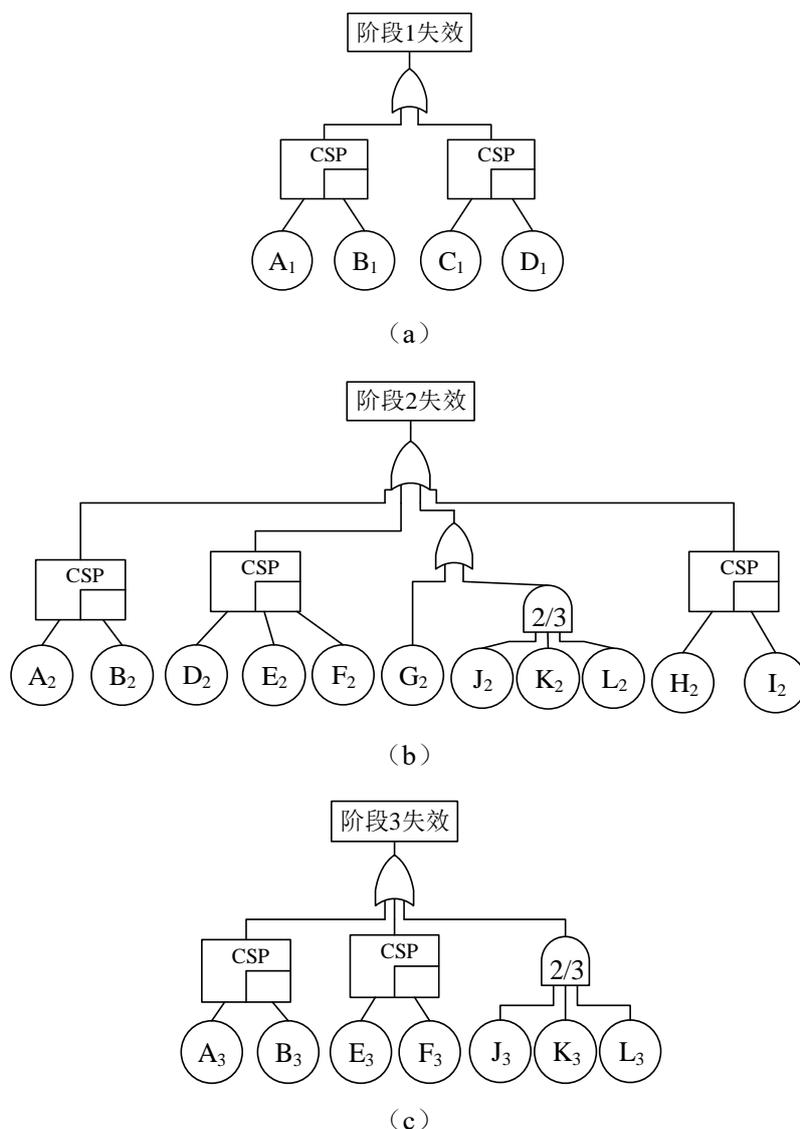


图 2-7 姿轨控系统阶段故障树模型

(a) 发射阶段；(b) 轨道转移阶段；(c) 正常在轨工作阶段

2.4.2 卫星姿轨控系统模块化分析

分析图 2-7 中的阶段故障树模型，每个阶段的故障树都包含有动态逻辑门，如果直接用状态空间模型对每个阶段进行可靠度量分析，则每个阶段的模型状态数量会非常多，导致计算复杂程度大大增加，因此在本章算例中，利用模块化方法

分为三个步骤对该卫星姿轨控系统进行可靠度量化分析。第一，利用模块化方法，建立系统多阶段模块化故障树；第二，根据模块的特性，将模块分类，分别计算模块的可靠度，动态模块利用 SMP 与数值计算方法，静态模块则利用 PMS-BDD 方法进行计算；第三，根据模块化故障树以及各模块的可靠度，利用 PMS-BDD 方法计算系统的可靠度。

首先，我们先对系统进行模块化处理，根据模块化方法的原则，可以将图 2-7 中的故障树分成四个模块：

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \{M_{1,1} = (A, B), M_{2,1} = (C, D)\} \\ \pi_2 &= \{M_{1,2} = (A, B), M_{2,2} = (D, E, F), M_{3,2} = (H, I), M_{4,2} = (G, J, K, L)\} \quad (2-13) \\ \pi_3 &= \{M_{1,3} = (A, B), M_{2,3} = (E, F), M_{3,2} = (H, I), M_{4,3} = (J, K, L)\} \end{aligned}$$

其中， π_i ($i=1,2,3$) 表示在阶段 i 中工作的元件集合， $M_{i,j}$ 表示在阶段 i 中的模块 j 。从式(2-13)中，我们可以发现部分模块在不同的阶段中包括的元件并不完全一样，例如模块 M2 在阶段 1 中包含元件 C 和 D，在阶段 2 中为元件 D、E 和 F，在阶段 3 中为元件 E 和 F，根据集合理论，我们可以将跨阶段模块进行合并，最终将所有的元件分为四个跨阶段模块：

$$\pi = \{M1 = (A, B), M2 = (C, D, E, F), M3 = (H, I), M4 = (G, J, K, L)\} \quad (2-14)$$

根据式(2-14)中的模块化分类，该卫星姿轨控系统模块化故障树如图 2-8 所示，在模块化故障树中，每个模块都代表一个单独的、相互独立的底事件。

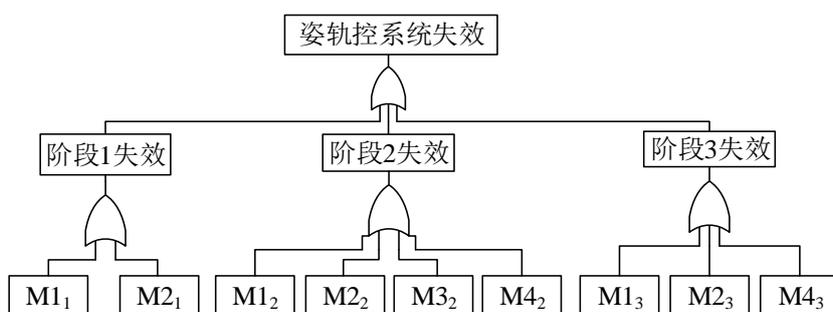


图 2-8 姿轨控系统模块化故障树模型

在图 2-8 的模块化故障树中，各模块之间是相互独立的，模块化故障树中只包含静态逻辑门，因此应用多阶段二值决策图方法来对模块化故障树进行量化分析。首先，根据图 2-7 中的故障模型，可得系统各阶段的阶段模块 BDD 模型如图 2-9 所示。

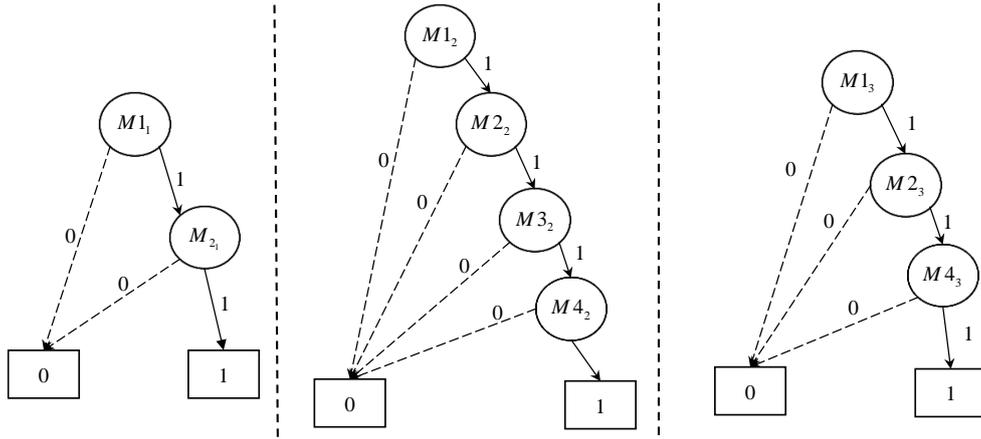


图 2-9 卫星姿轨控系统的阶段 BDD 图

由文献[23], 根据后向阶段依赖性排序 (Backward Phase Dependence Operation), 即系统变量排序与阶段排序相反, 生成的系统 BDD 规模较小, 因此在本文中设定模块变量顺序为 $M_{13} < M_{12} < M_{11} < M_{23} < M_{22} < M_{21} < M_{32} < M_{43} < M_{42}$, 利用 PMS-BDD 算法将系统三个阶段的 BDD 模型进行融合, 可以得到三个阶段融合的系统 BDD 模型, 如图 2-10 所示。

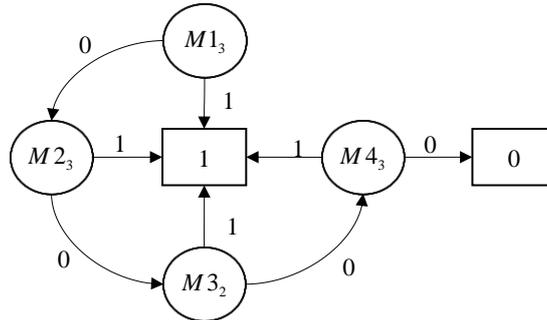


图 2-10 卫星姿轨控系统的系统 BDD 图

从图 2-10 中, 我们可以得到在系统 BDD 模型中, 从非终节点‘ M_{13} ’到终节点‘0’只有一条路径 $\overline{M_{1,3}}\overline{M_{2,3}}\overline{M_{3,2}}\overline{M_{4,3}}$, 则系统的可靠度可计算为:

$$\begin{aligned}
 R_{\text{sys}} &= P(\overline{M_{1,3}}\overline{M_{2,3}}\overline{M_{3,2}}\overline{M_{4,3}}) \\
 &= P(\overline{M_{1,3}})P(\overline{M_{2,3}})P(\overline{M_{3,2}})P(\overline{M_{4,3}}) \\
 &= R_{M1}(T_w)R_{M2}(T_w)R_{M3}(T_1+T_2)R_{M4}(T_w)
 \end{aligned} \tag{2-15}$$

其中, $R_{M_i}(T)$ 表示模块 $M_i, i=1,2,3,4$ 在时刻 T 的可靠度, 并且 $T_w=T_1+T_2+T_3$ 。由式(2-15), 我们可以看出, 在计算得到系统各个模块的可靠度之后, 我们就可以得到系统的可靠度。在下一节中, 我们对模块可靠度的计算进行分析。

2.4.3 模块及系统可靠度计算分析

根据式(2-13)，卫星姿轨控系统被分为五个相互独立的模块，根据这些模块在不同阶段的系统结构，可以将其分成三种不同的类型：静态模块、结构不变化的动态模块以及结构变化的动态模块。

(1) 静态模块

静态模块为在模块内部不存在动态行为的模块，即在模块内故障树中只包括静态逻辑门^[74]（与门、或门以及 k/n 表决门），在图 2-8 的四个模块中，只有模块 M4 为静态模块。对于静态模块，应用 PMS-BDD 模型的方法来对其可靠度进行计算，模块 M4 在阶段 2 与阶段 3 的阶段 BDD 模型分别如图 2-11 所示。

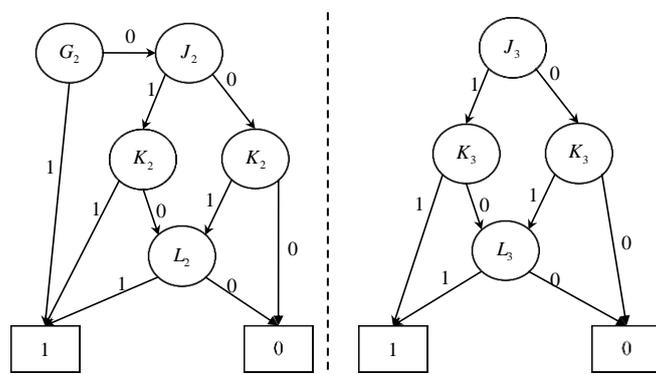


图 2-11 静态模块 M4 阶段 BDD 模型

利用 PMS-BDD 算法，将模块 M4 的阶段 BDD 模型进行融合，可以得到模块 M4 的多阶段 BDD 模型，如图 2-12 所示。

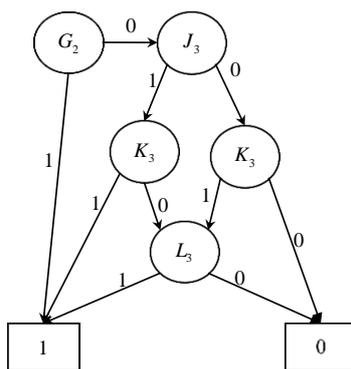


图 2-12 静态模块 M4 的多阶段 BDD 模型

从图 2-12 中，我们可以得到模块 4 从非终节点‘ G_2 ’到终节点‘0’一共有三条路径，分别为：

$$\begin{aligned}\eta_1^{M4} &= \overline{G_2} \overline{J_3} \overline{K_3} \\ \eta_2^{M4} &= \overline{G_2} \overline{J_3} \overline{K_3} \overline{L_3} \\ \eta_3^{M4} &= \overline{G_2} \overline{J_3} \overline{K_3} \overline{L_3}\end{aligned}\quad (2-16)$$

根据 BDD 模型的定义，模块 M4 的可靠度为从顶点到节点 0 的所有不变化路径概率之和，我们可以得到模块 M4 的可靠度为：

$$\begin{aligned}R_{M4}(T_w) &= P(\overline{G_2} \overline{J_3} \overline{K_3}) + P(\overline{G_2} \overline{J_3} \overline{K_3} \overline{L_3}) + P(\overline{G_2} \overline{J_3} \overline{K_3} \overline{L_3}) \\ &= (1 - F_G(T_2))(1 - F_J(T_2 + T_3))^2 + 2(1 - F_G(T_2))(1 - F_J(T_2 + T_3)) F_J(T_2 + T_3) \\ &= 0.9682\end{aligned}\quad (2-17)$$

其中， $F_G(t)$ 与 $F_J(t)$ 分别表示元件 G 与元件 J/K/L 的失效分布函数。

(2) 结构不变化的动态模块

动态模块为模块内部存在着动态行为的模块，即在模块内故障树中包括动态逻辑门，如冷备份等。结构不变化的动态模块为在所有阶段中系统结构保持不变的动态模块，如图 2-8 中的模块 M1 与 M3。对于结构不变化的动态模块，我们通过其系统的状态在阶段变化时不会产生变化的特点，将上一工作阶段结束时的系统状态概率作为下一工作阶段的初始状态概率，通过阶段间的系统状态概率传递来处理阶段相关性。模块 M1 与模块 M3 的状态转移图分别如图 2-13 与图 2-14 所示。

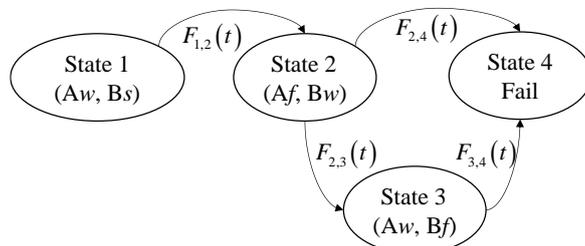


图 2-13 姿轨控系统模块 M1 状态转移图

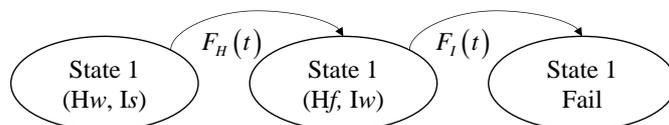


图 2-14 姿轨控系统模块 M3 状态转移图

根据图 2-13 与图 2-14 所示的状态转移图，计算可得模块 M1 与模块 M3 的状态概率，模块 M1 中状态只有状态 S4 为失效状态，而在模块 M3 中只有状态 S3 为失效状态，因此模块 M1 与模块 M3 的可靠度分别为：

$$\begin{aligned}R_{M1}(t) &= 1 - P_{S4}^{M1}(t) = 0.9943 \\ R_{M3}(t) &= 1 - P_{S3}^{M3}(t) = 0.9984\end{aligned}\quad (2-18)$$

(3) 结构变化的动态模块

结构变化的动态模块为在不同阶段中系统结构产生变化的动态模块，如图 2-8 中的模块 M2。在结构变化的动态模块中，其系统结构与系统状态概率在阶段变化时都会产生变化，但是其元件的状态在阶段变化时却不会变化，根据这一特性，以模块 M2 为例，结构变化的动态模块可靠度可通过以下三步来得到。

第一步：构建动态模块在不同阶段中的系统状态转移图。在阶段 1 中模块 M2 为元件 C 与 D 构成的冷备份系统，阶段 2 中为元件 D、E 与 F 构成的冷备份系统，阶段 3 中为元件 E 与 F 构成的冷备份系统，模块 M2 在三个阶段中的状态转移图分别如图 2-15(a)、(b)、(c)所示。

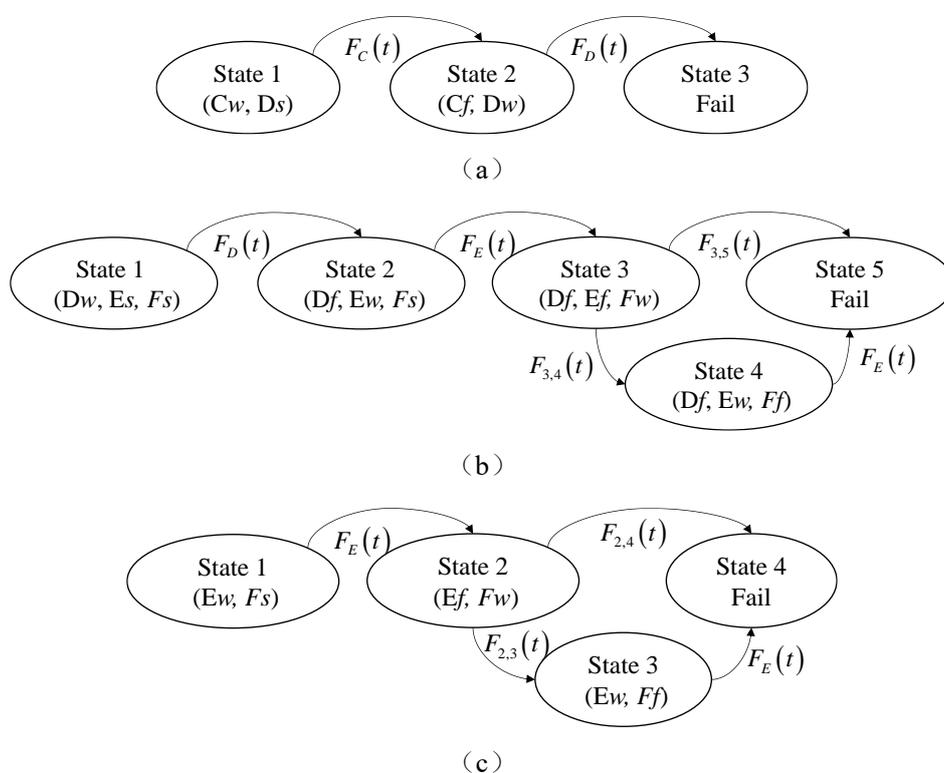


图 2-15 模块 M2 三个阶段的状态转移图

- (a) 模块 M2 在阶段 1 中的状态转移图；
- (b) 模块 M2 在阶段 2 中的状态转移图；
- (c) 模块 M2 在阶段 3 中的状态转移图

第二步：根据系统在连续两个阶段时的状态之间的关系，构建系统阶段状态关系图。从图 2-15 中可以看出，在阶段 1 中状态 1 与状态 2 中元件 D 都没有失效，对应于阶段 2 中的状态 1，而阶段 1 中的状态 3 表示系统失效状态，对应于阶段 2 中的状态 5，同理，可得阶段 2 与阶段 3 之间的状态映射关系。模块 M2 的阶段状态关系图如图 2-16 所示。

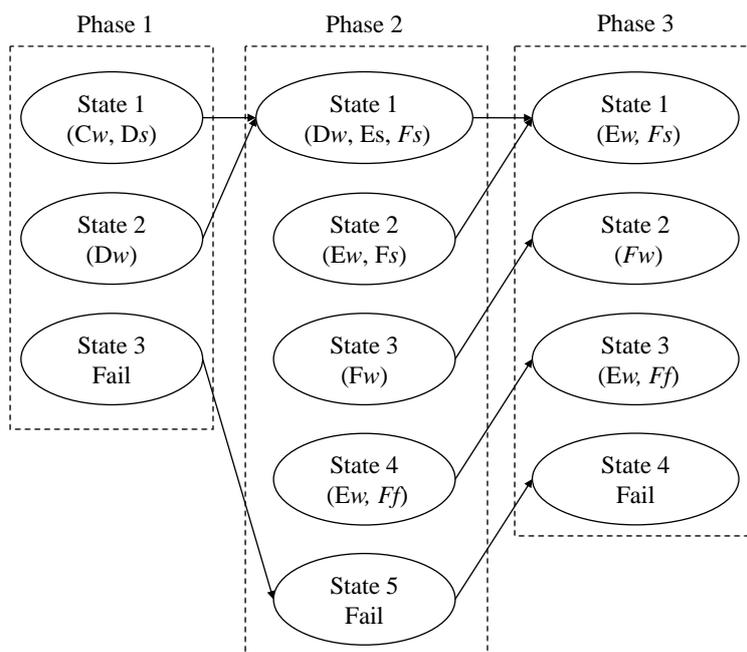


图 2-16 模块 M2 的阶段状态关系映射图

第三步：根据图 2-15 中的状态转移图与图 2-16 中的阶段状态关系图，对模块 M2 状态概率逐个阶段进行计算，结果如表 2-4 所示。

表 2-4 模块 M2 在各阶段结束的状态概率

	S1	S2	S3	S4	S5
T_1	0.9999	5.7054×10^{-7}	4.743×10^{-12}	N/A	N/A
T_1+T_2	0.9997	3.4443×10^{-4}	3.4839×10^{-8}	7.3464×10^{-14}	1.8416×10^{-12}
$T_1+T_2+T_3$	0.9246	0.0737	1.5698×10^{-4}	0.0016	N/A

在模块 M2 中，阶段 1 中状态 S3 为失效状态，阶段 2 中状态 S5 为失效状态，阶段 3 中 S4 为失效状态，因此模块 M2 在寿命末期的可靠度分别为：

$$R_{M2}(T_w) = 1 - P_{S4}^{M2}(T_w) = 0.9984 \quad (2-19)$$

在计算得到各个模块的可靠度之后，将各模块的可靠度代入式(2-15)计算可得该姿轨控系统设计寿命末期的系统可靠度为 0.9611。

2.5 本章小结

本章针对复杂多阶段任务动态系统中，元件的失效/维修时间服从非指数分布时，难以应用传统的马尔科夫链模型进行系统建模的问题，提出应用半马尔科夫过程对存在动态失效的复杂多阶段任务系统进行可靠性建模，并利用数值近似计算

对半马尔科夫过程中的复杂积分进行高精度计算。同时结合模块化方法,缓解传统状态空间模型中的状态空间爆炸问题。

模块化方法的主要步骤为:首先根据模块化方法得到相互独立的模块,而后根据模块特性进行分类,对动态模块建立相应的半马尔科夫模型进行计算,静态模块采用 PMS-BDD 模型进行计算,最后,将相互独立的模块作为系统故障树模型的底事件,应用 PMS-BDD 模型进行求解得到系统可靠度。

在本章的研究中,由于半马尔科夫过程的局限性,未考虑冷备份系统中存在监测/切换元件等,下一章将应用马尔科夫更新过程对这些更加复杂的情况进行研究。

第三章 考虑随机冲击的多阶段任务系统可靠性建模方法

3.1 引言

在上一章中，我们应用半马尔科夫过程与模块化方法对有限维修的多阶段任务系统的可靠性建模进行了初步研究，在此基础之上本章将研究冷备份系统中存在监测/切换元件，并考虑系统中部分元件受随机冲击的影响等更加接近于工程实际应用的动态模型。在元件随机冲击模型的基础上，建立随机冲击影响下的动态系统模型，并结合模块化方法与马尔科夫更新过程对随机冲击影响下的多阶段任务动态系统进行建模。

在航天系统中，部分关键零部件会采用冷备份设计来提高系统可靠性，以保证较高的任务完成率。在冷备份系统的设计中，往往需要监测/开关元器件，对正在工作的元器件进行状态监测以及在工作元器件失效之后进行冷备份元器件的切换等，如果监测/开关元件在工作元件失效之前失效，则系统中备份元件无法正常启用，造成系统的可靠度与寿命降低^[98]。另外，在航天设备中，装备有大量的电子元器件，例如，机载计算机、电路板、敏感器等。这些电子元器件在正常工作时会受到空间辐射环境（包括太阳宇宙线、银河宇宙线）的影响，据统计，1984至2000年之间，DFH、DFH2等六颗国产通信卫星中空间环境影响导致的故障占故障原因总数的40%以上^[99]。宇宙线中所携带的高能带电粒子、重粒子等会对电子元器件的功能造成严重影响，这些辐射造成的随机冲击会对元件及系统的可靠度造成严重影响，降低航天设备的寿命^[100]。

冲击模型（Shocks Model）是可靠性研究的重要内容之一，元件受到的外部冲击可能会导致产品的间接损伤，加速元件本身的退化过程从而使失效加速，也可能导致元件直接失效。例如随机冲击引起的损伤累积超过失效阈值等，两种方式同时作用，都会导致元件失效。在实际工程中，例如本文研究的航天设备中，许多元器件在内部退化失效的同时，也会受到来自于外部随机冲击的作用，任一方式都会导致元件或者系统的失效。在元件层面，目前研究较多的元件冲击模型，主要包括：累积损伤模型^{[101], [102]}（Cumulative Random Shocks）、极限冲击模型^{[103]-[105]}（Extreme Random Shocks）、连续损伤模型^{[106], [107]}（Continuous Damage Model）和 δ -shock冲击模型^{[108], [109]}（Delta-Shocks Model）等等。在系统层面，目前的研究主要集中于分析元件受到随机冲击影响的静态系统，Li等^[110]考虑退化与冲击同时作用对系统的影响，将元件及系统离散为多个状态，并利用状态矩阵建立元件状态与系统状态之间的映射关系，对系统状态概率进行量化计算和分析。Liu等^[111]考

考虑系统中元件的失效阈值与退化失效过程都服从威布尔分布的情况，并对串并联系统中元件受到随机冲击影响时的系统可靠度进行研究。Lin 和 Zio 等^{[112],[113]}对不同类型随机冲击共同作用下的非指数多态元件（退化/维修时间都服从非指数）进行研究，将冲击过程嵌入元件 SMP 模型，并利用仿真方法对冲击影响下的元件可靠度进行评估，并将该方法应用于串联系统，对受到冲击影响的串联系统可靠度进行研究。

目前对冲击模型的研究主要集中于研究随机冲击对单个元器件的影响或者对静态系统的影响，而没有对动态 PMS 中元件受到随机冲击影响进行研究，主要原因之一是在冲击模型所得到的元件可靠度函数较为复杂，动态 PMS 可靠度难以进行计算，针对这一问题，本章采用模块化方法简化系统，应用马尔科夫更新过程对随机冲击影响下的动态模块进行建模，同时应用数值计算方法对计算过程中出现的复杂积分进行高精度近似计算。

本章的主要研究内容安排如下：3.2 节中简要介绍马尔科夫更新过程，并结合存在冷备份的有限维修系统对其在动态系统可靠性建模中的应用进行说明。3.3 节中对元件冲击模型进行简介，并将冲击模型嵌入动态系统可靠性模型中，分析考虑随机冲击失效的系统级动态模型。3.4 节中结合实例，利用模块化方法与马尔科夫更新过程模型，对随机冲击作用下的多阶段任务系统建模方法进行研究，并对随机冲击的影响参数进行灵敏度分析。

3.2 马尔科夫更新过程

3.2.1 马尔科夫更新过程

在上一章中，我们介绍了比马尔科夫链更一般的半马尔科夫过程，半马尔科夫过程在各个状态的逗留时间可以为任意分布且其分布函数只与转移前后的状态相关，在本章中，我们将介绍比半马尔科夫过程更加复杂的随机过程——马尔科夫更新过程^[95]（MRGP, Markov ReGenerative Process）。

如果随机过程 $\{Z_t, t \geq 0\}$ 受到内嵌的马尔科夫更新序列 $\{\mathbf{X}, \mathbf{S}\}$ 的调制，并且满足条件：

$$\Pr\{Z_{t+S_n} = j \mid Z_u, 0 \leq u \leq S_n, X_n = i\} = \Pr\{Z_t = j \mid X_0 = i\} \quad (3-1)$$

则随机过程 $\{Z_t, t \geq 0\}$ 为马尔科夫更新过程。其中， \mathbf{X} 为内嵌马尔科夫更新序列的系统状态更新点，并且 $\mathbf{X} \in Z_t$ 。与 SMP 类似，在 MRGP 中只有在内嵌的马尔科夫更新序列状态变化时间点 $\mathbf{S} = (S_0, S_1, \dots, S_n)$ 上具有马尔科夫性，也说明系统状态 Z_t 在时刻 $t = S_n$ 之后的系统状态只与状态 X_n 相关，而与历史状态 $\{Z_u, 0 \leq u \leq S_n\}$ 无关。

类似于半马尔科夫过程，在可靠性领域应用马尔科夫更新过程的主要目的也是求解其系统状态概率，继而求解出相应的系统可靠度、系统可用度、元件重要度等可靠性参数。定义系统条件概率矩阵 $\theta(t) = [\theta_{i,j}(t)]$ ， $\theta_{i,j}(t)$ 为马尔科夫更新过程在时间段 $[0, t]$ 内从状态 i 转移至状态 j 的条件概率：

$$\theta_{i,j}(t) = \Pr\{Z_t = j | Z_0 = i\} \quad (3-2)$$

并且，该条件概率矩阵 $\theta(t)$ 满足如下的马尔科夫更新方程^[95]：

$$\theta(t) = E(t) + \int dQ(t) \theta(t-u) \quad (3-3)$$

式(3-3)中， $Q(t)$ 为全局内核矩阵，描述该马尔科夫更新过程以某个更新点为起始，在下一个更新点之后的行为，由该马尔科夫更新过程所嵌入的马尔科夫更新序列确定，其矩阵中的元素 $Q_{i,j}(t)$ 定义为：

$$Q_{i,j}(t) = \Pr\{Z_t = j, S_1 \leq t | Z_0 = i\} \quad (3-4)$$

式(3-3)中， $E(t)$ 为局部内核矩阵，描述该马尔科夫更新过程以某个更新点为起始，到下一个更新点之间的行为，由该马尔科夫更新过程状态之间的失效竞争行为确定，其矩阵中的元素 $E_{i,j}(t)$ 定义为：

$$E_{i,j}(t) = \Pr\{Z_t = j, S_1 > t | Z_0 = i\} \quad (3-5)$$

将式(3-5)与式(3-4)代入式(3-3)中，即可求得系统条件状态概率矩阵，根据系统的初始状态向量与 $\theta(t)$ ，即可求得系统任意时刻 t 的状态概率向量。

考虑本文中提到的连续时间马尔科夫链 CTMC、半马尔科夫过程 SMP 以及马尔科夫更新过程 MRGP 三者之间的关系。三种随机过程都在某种程度上具有马尔科夫性，其中，MRGP 为最一般的随机过程，限制条件最少，SMP 为 MRGP 的特例，如果 MRGP 的状态空间与其内嵌的马尔科夫更新序列相同，即 MRGP 每次的状态变化都是系统的更新点，则该 MRGP 为 SMP。同时，CTMC 也是 SMP 的一个特例，如果 SMP 的每个状态之间转移时间所服从的分布都为指数分布，则该 SMP 为 CTMC。三种随机过程之间的关系如图 3-1 所示。同时，如果 MRGP 的状态转移时间为独立同分布且状态固定（只有一个状态），此时 MRGP 就不受马尔科夫更新序列的调制，每次的状态跳转就相当于一次状态的更新，则该 MRGP 就是一个更新过程。

三种随机过程的名字中都包含有“马尔科夫”几个字，三者都在在某种程度上具有马尔科夫性，其存在马尔科夫性的时间点以及状态转移时间服从的分布类型对比如表 3-1 所示。

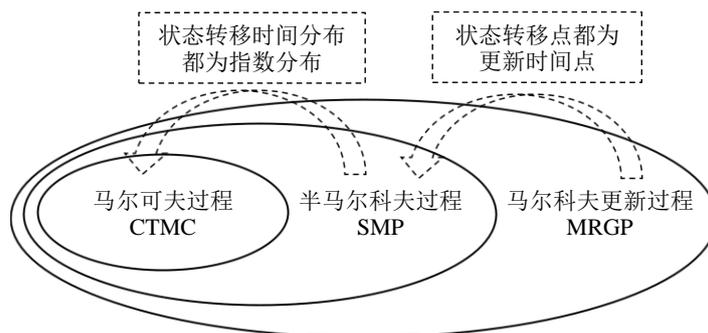


表 3-1 三种马尔科夫随机过程对比

	CTMC	SMP	MRGP
状态转移时间分布类型	指数分布	任意分布	任意分布
存在马尔科夫性的时间点	任意时刻	状态转移点	内嵌马尔科夫序列 状态更新时间

3.2.2 马尔科夫更新过程的应用

在本节中，以一个航天多阶段任务系统中的独立模块为例，对马尔科夫更新过程在系统可靠性建模中的应用进行初步研究。该模块为存在冷备份及切换元件的系统，一共包括四个元件，元件 A 与元件 AS 为正常工作元件与元件 A 的监测切换元件，元件 B 与元件 BS 为冷备份元件及元件 B 的监测切换元件，同时系统携带有有限的资源来对元件 A 进行一次维修/替换。该系统的状态转移图如图 3-2 所示。

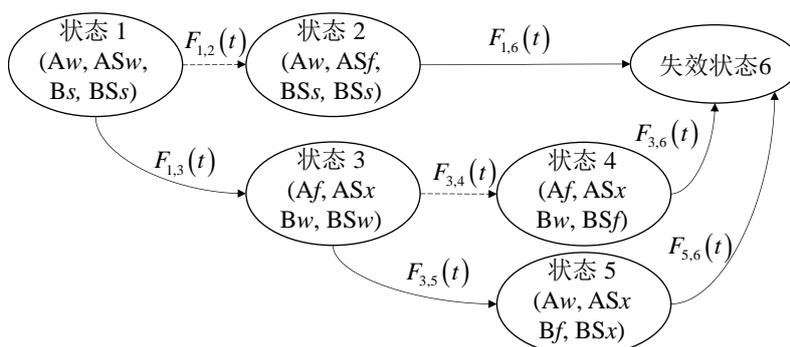


图 3-2 中的 w 、 s 、 f 、 x 分别表示元件处于工作、备份、失效、对系统状态无影响四个状态，系统状态 1~5 为工作状态，状态 6 为失效状态。在图 3-2 中，系统状

态之间的转移行为可描述为：

- 状态 1→状态 2：元件 AS 在元件 A 失效之前失效；
- 状态 1→状态 6：元件 AS 在元件 A 失效之前失效，然后元件 A 失效，系统无法切换至备份元件 B，导致系统失效；
- 状态 1→状态 3：元件 A 在元件 AS 失效之前失效，系统切换至备份元件 B 与监测元件 BS 进行工作；
- 状态 3→状态 4：元件 BS 在元件 B 失效之前失效；
- 状态 3→状态 6：元件 BS 在元件 B 失效之前失效，系统无法切换至元件，导致系统失效，或者元件 B 在元件 BS 失效之前失效，同时元件 A 的维修/替换尚未完成，导致系统失效；
- 状态 3→状态 5：元件 B 在元件 BS 失效之前失效，同时元件 A 的维修/替换已完成，系统切换回元件 A 继续工作；
- 状态 5→状态 6：元件 A 在经过修复后继续正常工作直至失效，系统失效。

元件 A、B 的失效时间及元件 A 的维修时间服从威布尔分布($F(t)=1-e^{-(t/\alpha)^\beta}$)，其中 α 为比例参数 (Scale Parameter)， β 为形状参数 (Shape Parameter)，元件 AS 及元件 BS 的失效时间服从指数分布($F(t)=1-e^{-\lambda t}$)，其中 λ 为元件的失效强度，所有的参数如表 3-2 所示。

表 3-2 冷备份模块算例元件参数

	A	B	GA
α	2	1.5	1.8
β (/天)	30	50	25
	AS	BS	
λ (/天)	1/40	1/50	

根据马尔科夫更新过程的定义及该系统的状态转移图，其条件转移概率矩阵 $\theta(t)$ 的计算过程如下：

第一步，根据图 3-2 中的状态转移图及其含义，确定该马尔科夫更新过程内嵌的马尔科夫更新序列，以状态 2 为例，在监测切换元件 AS 失效过程中，元件 A 同时也在工作，在元件 AS 失效时元件 A 的状态并没有更新，因此系统状态也没有更新，这样状态 2 并不是系统状态更新点，而是一个中间状态，故状态 2 不在内嵌的马尔科夫更新序列中。对图 3-2 中所有状态进行分析，只有状态 1、3、5、6 为该马尔科夫更新序列的状态更新点，则其全局内核矩阵 $Q(t)$ 为：

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & Q_{1,3}(t) & 0 & 0 & Q_{1,6}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{3,5}(t) & Q_{3,6}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{5,6}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (3-6)$$

根据图 3-2 及局部内核矩阵 $\mathbf{E}(t)$ 的定义, 我们可以得到该系统的矩阵 $\mathbf{E}(t)$ 的表达形式为:

$$\mathbf{E}(t) = \begin{Bmatrix} E_{1,1}(t) & E_{1,2}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{3,3}(t) & E_{3,4}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{5,5}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{6,6}(t) \end{Bmatrix} \quad (3-7)$$

第二步, 根据系统状态转移过程中的竞争失效行为, 确定矩阵 $\mathbf{Q}(t)$ 、 $\mathbf{E}(t)$ 中非零元素, 具体表达形式为:

$$\begin{cases} Q_{1,3}(t) = \int_0^t F_{AS}(t) dF_A(t), & Q_{1,6}(t) = \int_0^t (1 - F_{AS}(t)) dF_A(t), \\ Q_{3,5}(t) = \int_0^t F_{BS}(t) G_A(t) dF_B(t) \\ Q_{3,6}(t) = \int_0^t (1 - F_{BS}(t)) dF_B(t) + \int_0^t F_{BS}(t) (1 - G_A(t)) dF_B(t) \\ Q_{5,6}(t) = F_A(t) \end{cases} \quad (3-8)$$

$$\begin{cases} E_{1,1}(t) = (1 - F_{AS}(t))(1 - F_A(t)), & E_{1,2}(t) = F_A(t)(1 - F_{AS}(t)), \\ E_{3,3}(t) = (1 - F_{BS}(t))(1 - F_B(t)), & E_{3,4}(t) = F_B(t)(1 - F_{BS}(t)), \\ E_{5,5}(t) = (1 - F_A(t)), & E_{6,6}(t) = 1 \end{cases} \quad (3-9)$$

第三步, 将式(3-8)中的 $Q_{i,j}(t)$ 与式(3-9)中的 $E_{i,j}(t)$ 代入式(3-3), 对系统的状态概率转移矩阵 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 进行求解。

第四步, 与应用半马尔科夫过程相同, 根据系统在时刻 $t=0$ 的状态概率 $\mathbf{P}(0)$ 以及 $\boldsymbol{\theta}(t)$, 得到系统在时刻 t 的状态概率 $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(0) \cdot \boldsymbol{\theta}(t)$ 。

与求解半马尔科夫过程时相同, 在对 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 、 $\mathbf{Q}(t)$ 及 $\mathbf{E}(t)$ 进行求解的过程中往往会遇到较为复杂的积分形式, 难以得到其解析表达式, 因此, 我们在本章中仍然采用将连续时间变量离散化的方法对复杂积分进行高精度近似计算, 例如, 采用梯形积分法或者辛普森算法等, 得到复杂积分的近似解。

3.3 元件随机冲击失效模型

在实际工程中，元件的失效基本都是由本身的退化与外部冲击共同作用失效的。在本节中，我们将简要介绍常用冲击模型（累积冲击模型与极限冲击模型）以及外部冲击与内部退化同时作用下的元件可靠度的计算方法。假设元件本身的退化失效过程与外部随机冲击造成的失效过程之间相互独立，则退化与冲击共同作用下元件 A 的失效分布 $F_A(t)$ 满足：

$$F_A(t) = 1 - (1 - F_{A1}(t)) \cdot (1 - F_{A2}(t)) \quad (3-10)$$

其中， $F_{A1}(t)$ 为元件自身退化失效的分布函数， $F_{A2}(t)$ 为随机冲击造成失效的失效分布函数。

随机冲击的基本假设：

假设 1 随机冲击的到达服从一个到达率为 λ 的齐次泊松过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ ；

假设 2 随机冲击的到达过程与元件本身的失效过程之间相互独立，互不影响。

3.3.1 累积冲击模型及元件可靠性分析

当航天设备电子元器件受到带电粒子辐射时，就会吸收部分或全部能量，产生辐射损伤，当辐射损伤累积到一定的数量就会导致元件的功能失效，这种现象称为总剂量效应^[99]，将每次的辐射作为一次随机冲击，则总剂量效应就可以用冲击模型中的累积冲击模型来进行描述。在累积冲击模型中，每一次随机冲击造成的伤害是可叠加的，当随机冲击造成的累积伤害超过预先设定的失效阈值时或者元件自身退化失效时，元件就会发生失效^[101]。

假设元件 A 受到随机冲击的过程服从到达率为 λ_A 的泊松过程 $\{N_A(t), t \geq 0\}$ ，则元件 A 从开始到时间 t 受到 n 次冲击的概率为：

$$P(N_A(t) = n) = \frac{(\lambda_A t)^n}{n!} e^{-\lambda_A t} \quad (3-11)$$

进一步，假设每次随机冲击的伤害量 Y_i 服从正态分布，即 $Y_i \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$ ，则随机变量 y_i 的累积分布函数为：

$$F(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \int_0^{y_i} e^{-\frac{(y_i - u_A)}{2\sigma_A^2}} dy_i \quad (3-12)$$

根据正态分布的可加性，发生 n 次随机冲击对元件造成的总伤害量 $Y = \sum_{i=1}^n Y_i$ 仍然服从正态分布， $Y \sim N(n\mu_A, (n\sigma_A)^2)$ ，则发生 n 次冲击时元件所受伤害量的随机变量 y 的累积分布函数为：

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n\sigma_A}} \int_0^y e^{-\frac{(y_i - n\mu_A)}{2n\sigma_A^2}} dy_i \quad (3-13)$$

综合式(3-11)与式(3-13)，累积冲击导致元件失效的分布函数 $F_{A2}^C(t)$ 可表示为：

$$\begin{aligned} F_{A2}^C(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} \Pr\left(\sum_{i=1}^j Y_i > D_f \mid N_A(t) = j\right) \Pr(N_A(t) = j) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \Phi\left(\frac{D_f - j\mu_A}{\sqrt{j\sigma_A^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t} \end{aligned} \quad (3-14)$$

将式(3-14)中的元件失效分布代入式(3-10)中，我们可得到元件 A 受到累积冲击影响的失效分布函数为：

$$\begin{aligned} F_A^C(t) &= 1 - (1 - F_{A1}(t)) \cdot (1 - F_{A2}^C(t)) \\ &= F_{A1}(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \Phi\left(\frac{D_f - j\mu_A}{\sqrt{j\sigma_A^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t} \\ &\quad - F_{A1}(t) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \Phi\left(\frac{D_f - j\mu_A}{\sqrt{j\sigma_A^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t} \end{aligned} \quad (3-15)$$

3.3.2 极限冲击模型及元件可靠性分析

除了总剂量效应外，还存在另外一种随机冲击影响，空间辐射中的高能质子和重离子会对电子元器件造成烧毁、栅穿以及位移损伤等永久损伤，导致元件失效，即单次的高能冲击就会导致元件失效，称之为单粒子效应^[99]，将每次的辐射作为一次随机冲击，则单粒子效应就可以用冲击模型中的极限冲击模型来进行描述。在极限冲击模型中，每一次随机冲击对元件的伤害不会有累积效应，如果某次随机冲击的强度大于元件的失效阈值，就会直接导致元件的失效^[103]。假设每次的随机冲击对元件 A 的伤害 D_i 服从正态分布 $D_i \sim N(\mu, \sigma)$ ，元件的失效阈值为 D_A ，则元件 A 到 t 时刻在发生 n 次冲击且不发生冲击失效的概率为：

$$\begin{aligned} &\Pr(D_{A1} < D_A, D_{A2} < D_A, \dots, D_{AN_A(t)} < D_A) \\ &= [\Pr(D_{A1} < D_A)]^{N_A(t)} = \left[\Phi\left(\frac{D_A - \mu_A}{\sigma_A}\right)\right]^{N_A(t)} \end{aligned} \quad (3-16)$$

在式(3-16)中， $N_A(t)$ 表示从开始到时刻 t 发生随机冲击的次数，假设 $N_A(t)$ 服从参数为 λ_A 的泊松过程，综合式(3-11)与式(3-16)，极限冲击导致元件 A 失效的分布函数为：

$$\begin{aligned}
 F_{A2}^E(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} \Pr(N_A(t) = j) \left(1 - \Pr(D_{A1} < D_A, D_{A2} < D_A, \dots, D_j < D_A)\right) \\
 &= \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{D_A - \mu_A}{\sigma_A}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t}
 \end{aligned} \tag{3-17}$$

将式(3-17)中的元件极限冲击失效分布代入式(3-10),则极限冲击影响下元件 A 的失效分布函数为:

$$\begin{aligned}
 F_A^E(t) &= 1 - (1 - F_{A1}(t)) \cdot (1 - F_{A2}^E(t)) \\
 &= F_{A1}(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{D_A - \mu_A}{\sigma_A}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t} \\
 &\quad - F_{A1}(t) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{D_A - \mu_A}{\sigma_A}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t}
 \end{aligned} \tag{3-18}$$

元件 A 受到极限冲击的概率密度函数为:

$$\begin{aligned}
 f_A^E(t) &= dF_A^E(t) / dt \\
 &= f_{A1}(t) \left(1 - \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{D_A - \mu_A}{\sigma_A}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_A t)^j}{j!} e^{-\lambda_A t}\right) \\
 &\quad - (1 - F_{A1}(t)) \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{D_A - \mu_A}{\sigma_A}\right)\right]^j\right) \frac{\lambda_A e^{-\lambda_A t} (\lambda_A t)^{j-1} (-\lambda t + j)}{j!}
 \end{aligned} \tag{3-19}$$

3.4 动态系统随机冲击失效模型

在本节中,考虑冲击对动态系统中部分元件造成影响,将元件冲击模型嵌入动态系统马尔科夫更新过程模型中,建立考虑冲击失效的系统马尔科夫更新过程模型。以 3.2.2 节中的冷备份系统为例,假设系统受到随机冲击作用,且随机冲击的到达服从一个到达率为 $\lambda_{shocks}=1/4 \text{ days}^{-1}$ 的泊松过程。另外,需要注意的是,电子元器件在不工作时,即冷备份的状态下不会受到随机冲击的影响,因此在进行建模时,元件在冷备份的情况下不会受到随机冲击的影响^[99]。

系统中元件 AS 与元件 BS 受到随机冲击的作用,其中元件 AS 受到累积冲击失效的作用,每次冲击所受的伤害服从正态分布 $Y_{AS,i} \sim N(0.2, 0.6)$, 累计伤害失效阈值 $Y_{AS,x} = 1$ 。则元件 AS 受到累积冲击的分布函数 $F_{AS}^C(t)$ 为:

$$\begin{aligned}
 F_{AS}^C(t) &= \left(1 - e^{-\lambda_{AS}(t)}\right) + \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \Phi\left(\frac{Y_{AS,x} - ju_{AS}}{\sqrt{j\sigma_{AS}^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t} \\
 &\quad - \left(1 - e^{-\lambda_{AS}(t)}\right) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \Phi\left(\frac{Y_{AS,x} - ju_{AS}}{\sqrt{j\sigma_{AS}^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t}
 \end{aligned} \tag{3-20}$$

元件 BS 受到极限冲击的作用，每次冲击所受的伤害服从正态分布 $Y_{BS,i} \sim N(0.4, 0.7)$ ，失效阈值为 $Y_{BS,x} = 1$ 。则元件 BS 受到极限冲击的失效分布 $F_{BS}^E(t)$ 为：

$$\begin{aligned}
 F_{BS}^E(t) &= \left(1 - e^{-\lambda_{BS}(t)}\right) + \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{Y_{BS,x} - \mu_{BS}}{\sigma_{BS}}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t} \\
 &\quad - \left(1 - e^{-\lambda_{BS}(t)}\right) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{Y_{BS,x} - \mu_{BS}}{\sigma_{BS}}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t}
 \end{aligned} \tag{3-21}$$

在对 $F_{AS}^C(t)$ 与 $F_{AS}^E(t)$ 进行计算时，由于其存在无限的概率相加，难以计算得到精确值，因此，我们在这里对其采用近似计算的方法。在本例中，其在时间段 $[0, T]$, $T = 60$ days 内的平均到达的随机冲击数量为 $\lambda T = 15$ 次，在随机冲击数量值较大的概率值会比较小，例如，在时间段 $[0, t]$ 内发生 $3\lambda T = 45$ 次的概率值为 2.147×10^{-10} ，而发生 $3\lambda T > 45$ 的概率更小，因此我们将发生大于 $3\lambda T$ 次冲击的情况忽略，则 $F_{AS}^C(t)$ 与 $F_{BS}^E(t)$ 可以近似计算为：

$$\begin{aligned}
 F_{AS}^C(t) &\approx \left(1 - e^{-\lambda_{AS}(t)}\right) + \sum_{j=0}^{3\lambda T} \left(1 - \Phi\left(\frac{Y_{AS,x} - ju_{AS}}{\sqrt{j\sigma_{AS}^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t} \\
 &\quad - \left(1 - e^{-\lambda_{AS}(t)}\right) \cdot \sum_{j=0}^{3\lambda T} \left(1 - \Phi\left(\frac{Y_{AS,x} - ju_{AS}}{\sqrt{j\sigma_{AS}^2}}\right)\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t}
 \end{aligned} \tag{3-22}$$

$$\begin{aligned}
 F_{BS}^E(t) &\approx \left(1 - e^{-\lambda_{BS}(t)}\right) + \sum_{j=0}^{3\lambda T} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{Y_{BS,x} - \mu_{BS}}{\sigma_{BS}}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t} \\
 &\quad - \left(1 - e^{-\lambda_{BS}(t)}\right) \cdot \sum_{j=0}^{3\lambda T} \left(1 - \left[\Phi\left(\frac{Y_{BS,x} - \mu_{BS}}{\sigma_{BS}}\right)\right]^j\right) \frac{(\lambda_{shocks}t)^j}{j!} e^{-\lambda_{shocks}t}
 \end{aligned} \tag{3-23}$$

考虑该冷备份模块元件 AS 与元件 BS 受到随机冲击的作用，则图 3-2 中的系统状态概率求解过程如下。

第一步，将受冲击作用的元件失效模型嵌入整个系统的状态转移图，则该冷备份系统受到随机冲击作用的状态转移图如图 3-3 所示。

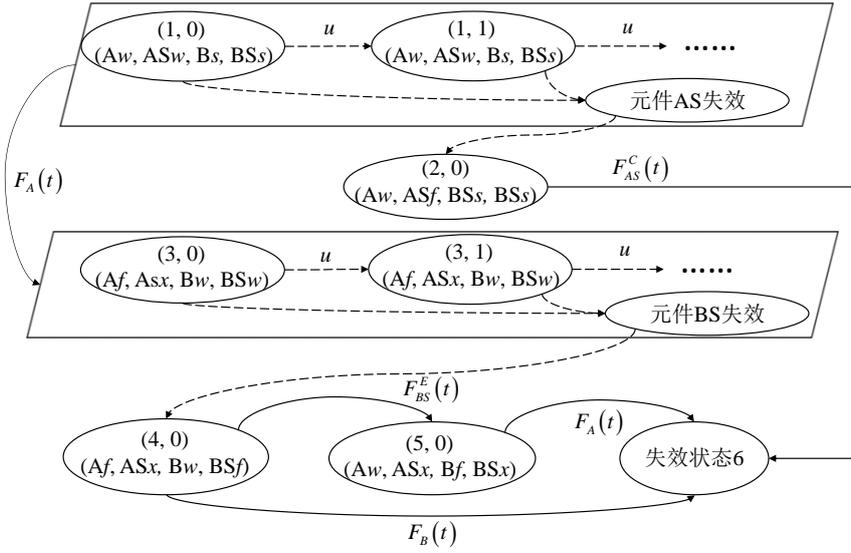


图 3-3 冷备份模块随机冲击作用下的状态转移图

第二步，将考虑冲击失效影响的元件分布函数嵌入系统的全局内核函数 $\mathbf{Q}(t)$ 与局部内核矩阵 $\mathbf{E}(t)$ 中，即将式(3-8)与式(3-9)中的 $F_{AS}(t)$ 与 $F_{BS}(t)$ 分别用式(3-22)中的累积冲击作用下的分布函数与式(3-23)中的极限冲击作用下的分布函数进行替换，可以得到系统受到累积冲击失效影响的内核矩阵 $\mathbf{Q}_{shock}(t)$ 与 $\mathbf{E}_{shock}(t)$ ， $\mathbf{Q}_{shock}(t)$ 与 $\mathbf{E}_{shock}(t)$ 中的非零元素如下：

$$\begin{cases} Q_{1,3}^{shock}(t) = \int_0^t (1 - F_{AS}^C(u)) dF_A(u), & Q_{1,6}^{shock}(t) = \int_0^t F_{AS}^C(u) dF_A(u), \\ Q_{3,5}^{shock}(t) = \int_0^t (1 - F_{BS}^E(u)) G_A(t) dF_B(u), \\ Q_{3,6}^{shock}(t) = \int_0^t F_{BS}^E(u) dF_B(u) + \int_0^t (1 - F_{BS}^E(u)) (1 - G_A(t)) dF_B(u), \\ Q_{5,6}^{shock}(t) = F_A(t) \\ \begin{cases} E_{1,1}^{shock}(t) = (1 - F_{AS}^C(t))(1 - F_A(t)), & E_{1,2}^{shock}(t) = F_A(t)(1 - F_{AS}^C(t)), \\ E_{3,3}^{shock}(t) = (1 - F_{BS}^E(t))(1 - F_B(t)), & E_{3,4}^{shock}(t) = F_B(t)(1 - F_{BS}^E(t)), \\ E_{5,5}^{shock}(t) = (1 - F_A(t)), & E_{6,6}^{shock}(t) = 1 \end{cases} \end{cases} \quad (3-24)$$

最后，将第二步中求得的 $\mathbf{Q}_{shock}(t)$ 与 $\mathbf{E}_{shock}(t)$ ，代入式(3-3)所示的马尔科夫更新方程中，可得马尔科夫更新方程组：

$$\begin{cases} \theta_{1,6}^{shock}(t) = \int_0^t q_{1,3}^{shock}(u) \theta_{3,6}^{shock}(u) du + \int_0^t q_{1,6}^{shock}(u) \theta_{6,6}^{shock}(u) du \\ \theta_{3,6}^{shock}(t) = \int_0^t q_{3,6}^{shock}(u) \theta_{6,6}^{shock}(u) du + \int_0^t q_{3,5}^{shock}(u) \theta_{5,6}^{shock}(u) du \\ \theta_{5,6}^{shock}(u) = \int_0^t q_{5,6}^{shock}(u) \theta_{6,6}^{shock}(u) du \end{cases} \quad (3-26)$$

利用数值计算方法求得式(3-24)与式(3-25)中的所有元素，然后代入式(3-26)中

的方程组，即可求得系统的条件概率状态转移矩阵 $\theta_{shock}(t)$ 中的元素 $\theta_{1,6}^{shock}(t)$ 。在本例中，我们假设系统在初始时刻处于完好状态，即系统的初始状态向量为 $\mathbf{P}_{shock}(0) = \{1, 0, 0, 0, 0, 0\}$ ，则系统在时刻 t 的可靠度可计算为：

$$R_{shock}(t) = 1 - \mathbf{P}_{shock}(0) \cdot \theta_{shock}(t) = 1 - \theta_{1,6}^{shock}(t) \quad (3-27)$$

同时，应用蒙特卡洛仿真方法（仿真量 $N_{max} = 2 \times 10^5$ ）对上述方法进行验证，两种方法所得到的系统可靠度随时间变化的曲线对比如图 3-4 所示。

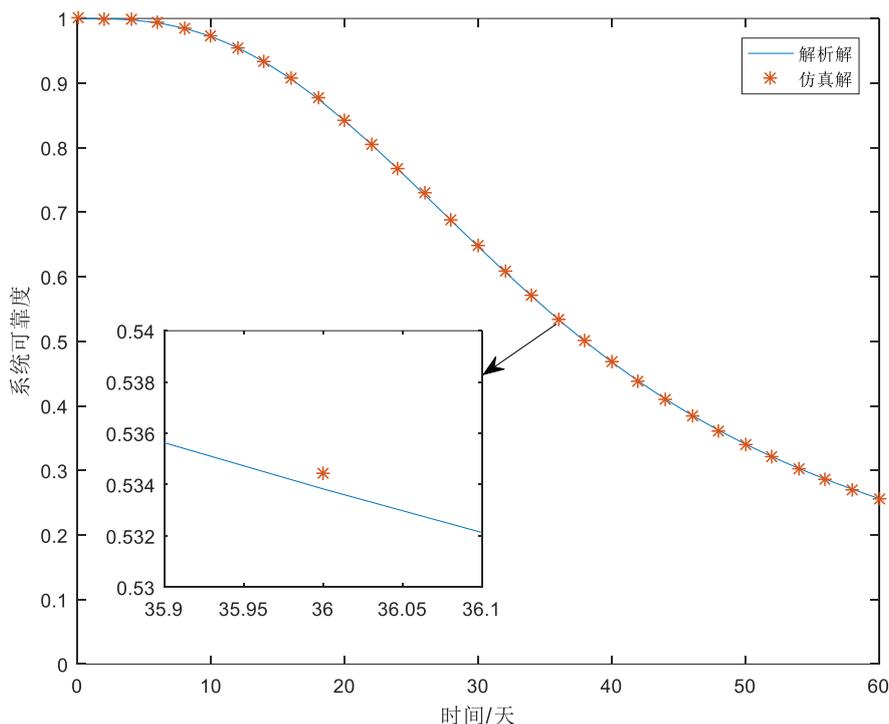


图 3-4 考虑随机冲击作用的冷备份模块系统可靠度

从图 3-4 中，我们可以看出，本文所提出的马尔科夫更新过程模型与仿真结果所得到的可靠度差距非常小，说明本文所提的马尔科夫更新过程结合近似数值计算方法的计算精度。

3.5 算例分析

在前文中，我们介绍了马尔科夫更新过程，随机冲击作用下的元件失效模型以及冷备份系统混合冲击失效模型。在本节中，我们将结合某型航天器姿态轨道控制系统，将动态系统冲击失效模型应用于考虑随机冲击影响的多阶段任务系统的可靠性建模中。

3.5.1 航天器姿态轨道控制系统简介

航天器姿态轨道控制系统是整个航天器上的关键子系统，在整个任务完成过程中负责监控和调整航天器的轨道高度、姿态角等。保证航天器在全寿命周期内在正确的轨道与姿态完成既定任务，其任务剖面如图 3-5 所示，整个任务可以分为发射、轨道转移、在轨运行以及返回地球等四个阶段。

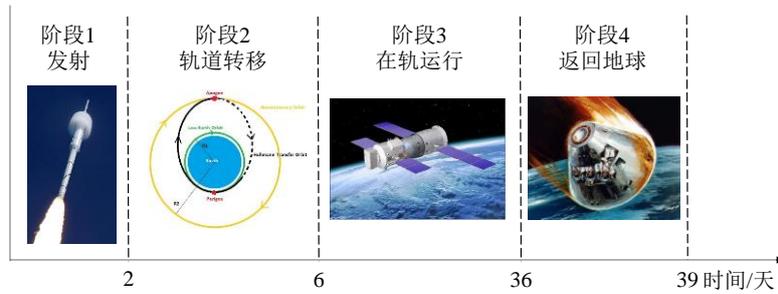


图 3-5 航天器姿轨控系统多阶段任务过程图

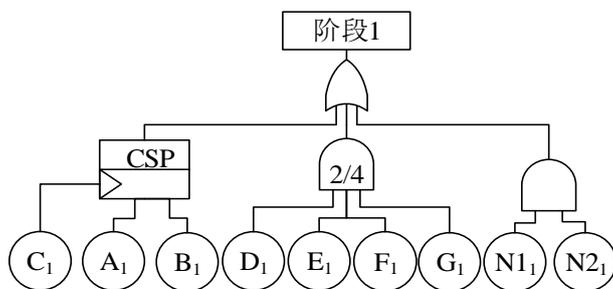
航天器姿轨控系统共包括四个子系统：1) 微机子系统，包括元件 A，冷备份元件 B 以及一个监测/开关元器件 C；2) 敏感器子系统，包括太阳敏感器 D，地球敏感器 E，星敏感器 F 以及陀螺组件 G；3) 动力子系统，包括小推力推进器 H（元件 H 在全寿命周期内可维修/替换一次）及冷备份 I 以及监测/开关元件 HS 与 IS，大推力推进器 Q 以及动量轮（元件 J/K/L，2/4 系统）组件；4) 供电子系统，包括太阳能帆板组件（包含左侧帆板 M1 与右侧帆板组件 M2）与电池组件（包含电池组 N1 与 N2）。在所有的元件中，开关元件 C、HS 与 IS 服从指数分布（ $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ ， λ 为元件失效率），其余元件服从威布尔分布（ $F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}$ ， α 为形状参数， β 为尺度参数）。所有元件的参数如表 3-3 所示。其中微机子系统中元件 A、B 与敏感器元件 D、E、F、G 以及供电系统元件 M、N 受到累积冲击作用，每次的随机冲击伤害服从正态分布 $Y_i \sim N(0.1, 1.2)$ ，累积伤害失效阈值为 $Y_x = 1.2$ ，开关元件 C、HS 与 IS 受到极限冲击作用，每次的随机冲击造成的伤害服从正态分布 $D_i \sim N(0.3, 1.2)$ ，极限冲击的失效阈值为 $D_x = 1.2$ 。随机冲击到达的速率为 $u_{shocks} = 0.1/\text{天}$ 。

在阶段 1 中，航天飞机与火箭一起发射，进入太空，航天飞机与火箭分离，展开太阳能电池板，进入预定的近地轨道，在该阶段中，微机子系统、敏感器子系统以及电池组件需要用于轨道姿态的监测以及向地面控制站发送数据，其故障树如图 3-6 (a) 所示；在阶段 2 中，航天飞机需要根据提前的设定，完成太阳帆板展开，然后根据指令完成多次的轨道变换，进入既定的工作轨道并与空间站完成对接，在该阶段中，微机子系统、敏感器子系统以及所有的推进器需要共同工作来完成轨道变换与控制，其故障树如图 3-6 (b) 所示；在阶段 3 中，航天飞机在既定轨道上

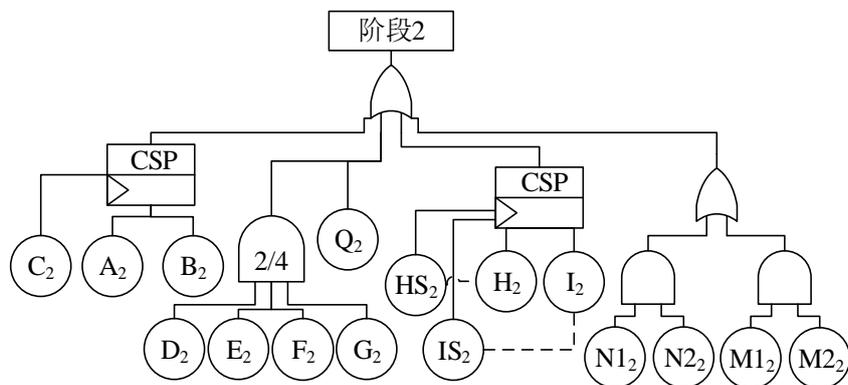
完成在轨运行的任务，太阳帆板与电池、微机子系统、敏感器子系统以及小推力推进器与动量轮共同工作来维持航天飞机高度以及姿态的调整，其故障树如图3-6(c)所示；在阶段4中，返回舱离开轨道并返回地球，在该阶段中，电池组件、微机子系统、敏感器子系统以及小推力推进器等部件共同作用来调整航天飞机高度以及姿态，其故障树如图3-6(d)所示。

表 3-3 航天器姿轨控系统元件参数表

	A	B	D/E/F/G	H	HG	I	Q	J/K/L	M	N
α	1.563	1.725	2.156	2.093	1.892	2.185	1.937	1.358	1.563	1.638
β (/天)	138.12	172.65	1291.50	133.15	25.32	188.72	632.84	287.47	2287.47	2534.12
	C	HS	IS							
λ (天)	1/201.95	1/216.01	1/216.01							



(a)



(b)

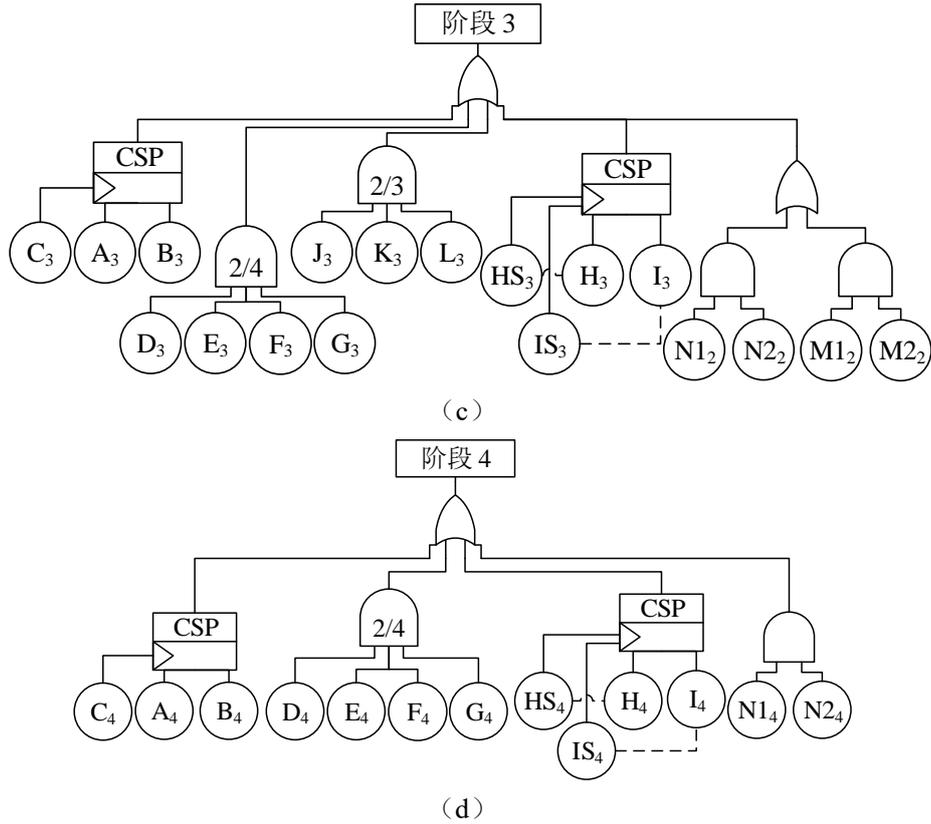


图 3-6 航天器姿轨控系统阶段动态故障树模型

(a) 发射阶段；(b) 轨道转移阶段；(c) 正常在轨工作阶段；(d) 返回地球阶段

3.5.2 可靠性分析流程

在本节中，我们将马尔科夫更新过程与动态系统随机冲击失效模型应用于 PMS 的可靠性建模中，同时应用模块化方法来减少系统的计算复杂程度。航天器姿轨控系统在随机冲击作用下的可靠度计算流程如下：

第一步，应用模块化方法对图 3-6 中的阶段故障树进行处理，将整个故障树分为六个模块： $M1=(A,B,C)$ ， $M2=(D,E,F,G)$ ， $M3=(H,I,S)$ ， $M4=Q$ ， $M5=(J,K,L)$ ， $M6=(M,N)$ 。其模块化故障树如图 3-7 所示。

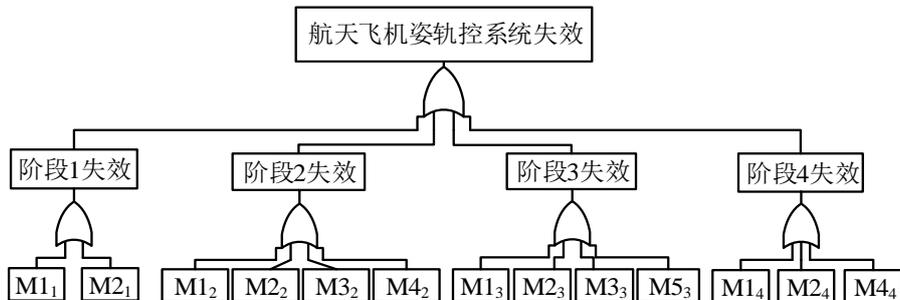


图 3-7 航天器姿轨控系统模块故障树

第二步，将每个阶段的模块化故障树转换为每个阶段的 BDD 模型，如图 3-8 所示。

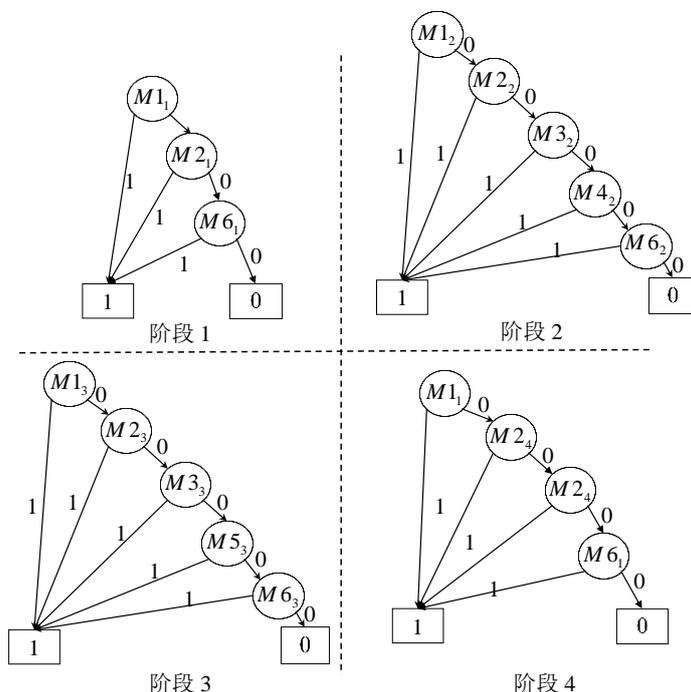


图 3-8 航天器姿轨控系统阶段模块 BDD 模型

第三步，应用 PMS-BDD 方法，将前 $i(i=2,3,4)$ 个阶段的阶段模块 BDD 模型分别进行融合，可以得到系统前 $i(i=2,3,4)$ 个阶段的系统 BDD 模型，如图 3-9 所示。

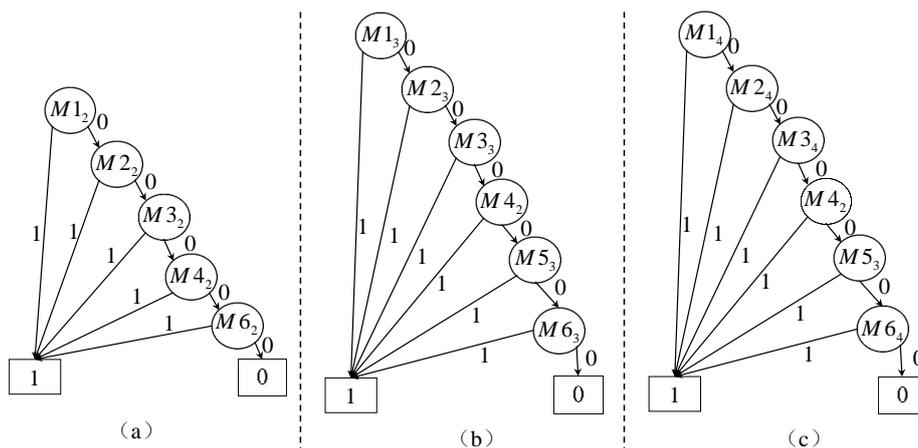


图 3-9 姿轨控系统前 i 个阶段系统模块 BDD 模型

- (a) 前两阶段系统 BDD 模型；
- (b) 前三个阶段系统 BDD 模型；
- (c) 四个阶段的系统 BDD 模型

根据图 3-9 所示的前 i 个阶段系统模块 BDD 模型, 可得该姿轨控系统在前 i 个阶段的不相交路径分别为:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \overline{M1_1} \overline{M2_1} \overline{M6_1}, \\ \eta_2 &= \overline{M1_2} \overline{M2_2} \overline{M3_2} \overline{M4_2} \overline{M6_2}, \\ \eta_3 &= \overline{M1_3} \overline{M2_3} \overline{M3_3} \overline{M4_2} \overline{M5_3} \overline{M6_3}, \\ \eta_4 &= \overline{M1_4} \overline{M2_4} \overline{M3_4} \overline{M4_2} \overline{M5_3} \overline{M6_4} \end{aligned} \quad (3-28)$$

其中, η_i 表示在前 i 个阶段中的系统不相交路径。根据式(3-28)所示的不相交路径, 可以得到系统在不同时间段的系统可靠度 $R_{sys}(t)$ 为:

$$R_{sys}(t) = \begin{cases} R_{M1}(t)R_{M2}(t)R_{M6}(t), & 0 < t \leq T_1 \\ R_{M1}(t)R_{M2}(t)R_{M6}(t)R_{M3}(t-T_1)R_{M4}(t-T_1), & T_1 < t \leq T_1+T_2 \\ R_{M1}(t)R_{M2}(t)R_{M6}(t)R_{M3}(t-T_1)R_{M5}(t-(T_1+T_2))R_{M4}(T_2), & T_1+T_2 < t \leq T-T_4 \\ R_{M1}(t)R_{M2}(t)R_{M6}(t)R_{M3}(t-T_1)R_{M5}(T_3)R_{M4}(T_2), & T-T_4 < t \leq T \end{cases} \quad (3-29)$$

其中, $T_i, i=1,2,3,4$ 表示阶段 i 的工作时间, $T=T_1+T_2+T_3+T_4$ 表示系统在四个阶段总的工作时间。

第四步, 将第一步中得到的模块进行分类, 分为静态模块 M2、M4、M5、M6 与动态模块 M1 与 M3, 静态模块可靠度利用 PMS-BDD 方法进行处理, 受冲击影响的动态模块可靠度利用 3.3 节中的马尔科夫更新过程方法进行计算。其中, 模块 M1 与模块 M3 的状态转移图分别如图 3-10 与图 3-11 所示。

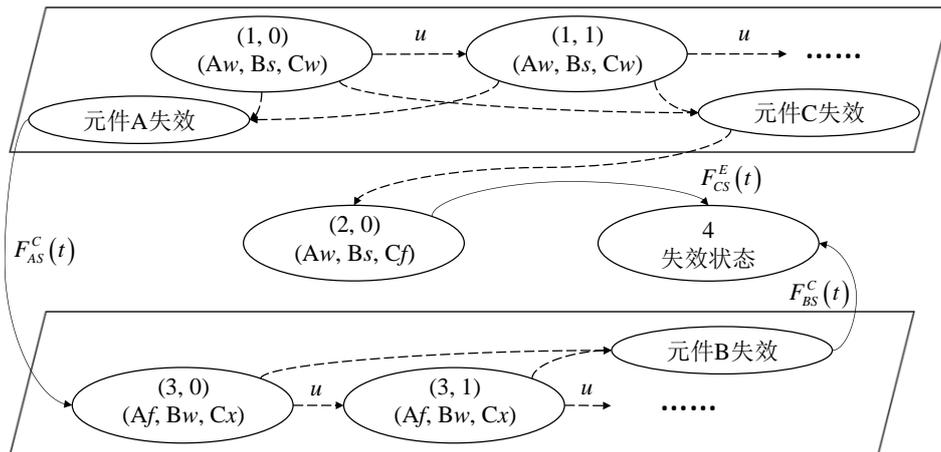


图 3-10 模块 M1 状态转移图

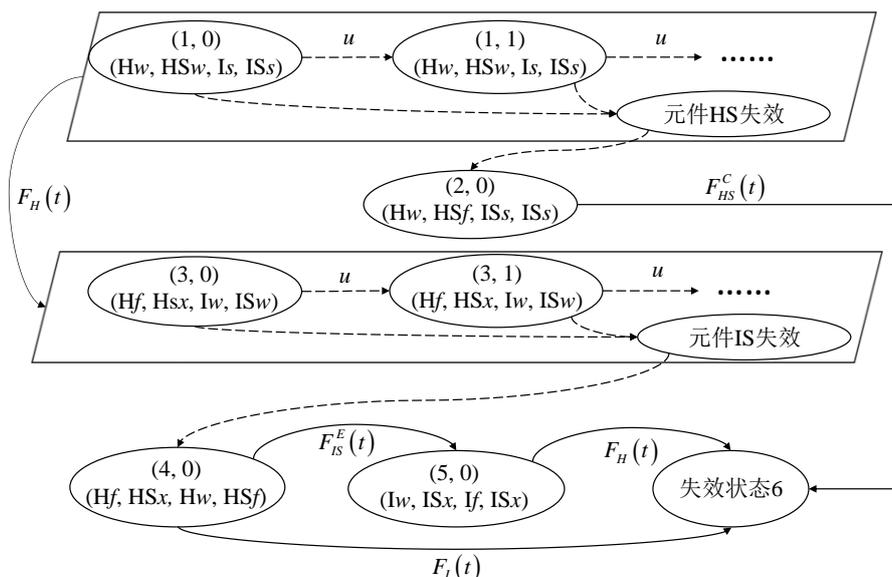


图 3-11 模块 M3 的状态转移图

在模块 M1 中，状态 4 为失效状态，而在模块 M3 中，状态 6 为失效状态，在 $t=0$ 时，模块 M1 与模块 M6 都处于状态 1，因此模块 M1 与模块 M4 在时间 t 时的可靠度分别为：

$$\begin{aligned} R_{M1}(t) &= 1 - \theta_{1,4}^{M1}(t) \\ R_{M3}(t) &= 1 - \theta_{1,6}^{M3}(t) \end{aligned} \quad (3-30)$$

第五步，将上一步中计算得到的模块可靠度代入式(3-29)，计算得到系统在任意时刻 t 的可靠度。

3.5.3 计算结果分析

通过计算，我们可以得到航天器在受到随机冲击时的可靠度，如图 3-12 中的实线所示。同时，我们可以计算得到同样的系统在没有冲击作用下的可靠度，如图 3-12 中的虚线所示。通过对比分析，我们可以看到，不考虑冲击作用的系统可靠度要明显高于考虑冲击作用时的可靠度，因此，如果在进行系统设计时不考虑随机冲击对系统中的元件影响，系统可靠度在设计时可能会被严重低估，造成系统的实际可靠度达不到要求，对系统的可靠度、任务完成率以及寿命等造成严重的影响。

同时，为了研究对随机冲击有影响两个参数——随机冲击到达率 u 与冲击失效阈值 Y_x, Y_D 发生变化时对系统可靠度的影响，我们在本节中对两个参数进行灵敏度分析。在随机冲击到达率与随机冲击失效阈值分别为 $u \sim U(0.05, 0.15)$ / 天与 $Y_x, Y_D \sim U(1, 3)$ 时，通过计算，可以得到不同冲击到达率与不同冲击失效阈值组合时的姿轨控系统可靠度，如图 3-13 所示。从图 3-13 中可以看到，当随机冲击到达

率升高或者失效阈值降低时，系统的可靠度也随之降低，说明两者的变化对系统的可靠度都存在一定影响，而且在本例中，失效阈值的降低对系统的影响更大。

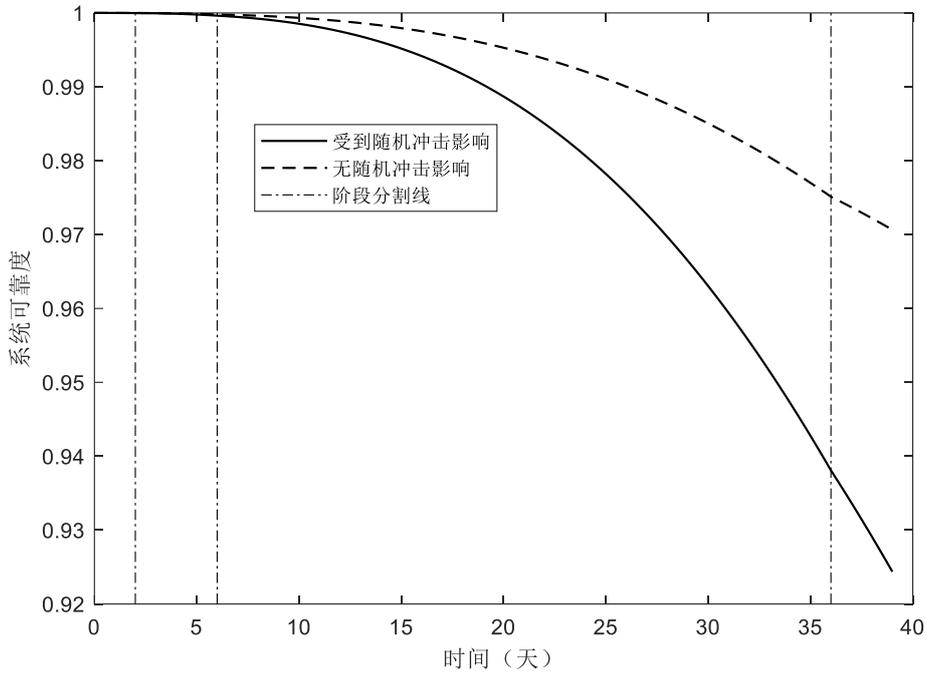


图 3-12 航天器姿轨控系统考虑与不考虑冲击时的任务可靠度对比

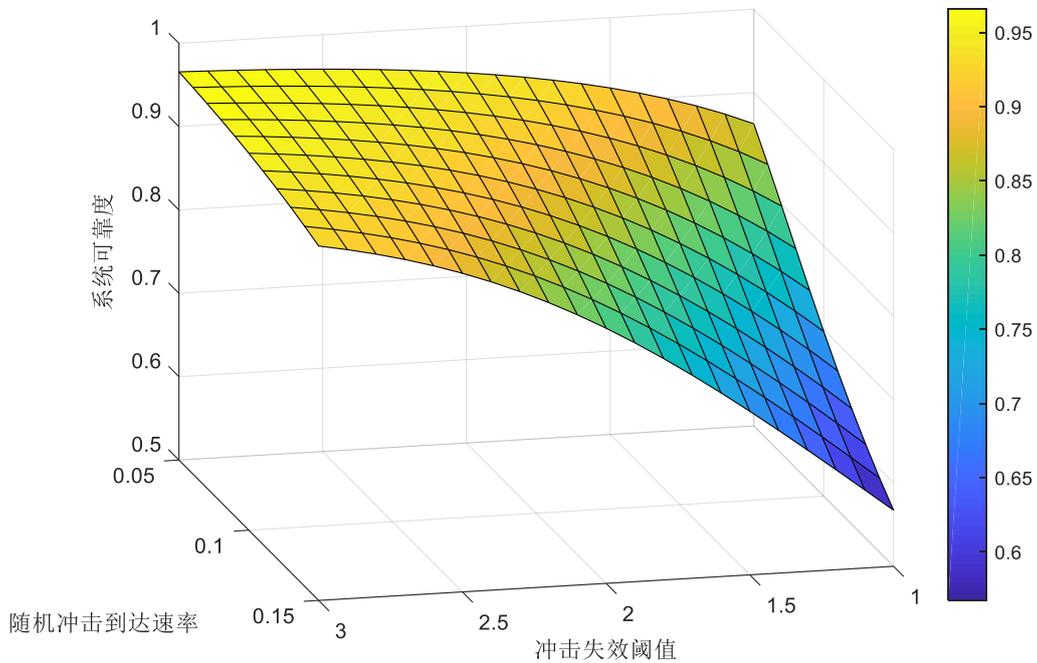


图 3-13 不同冲击失效阈值与随机冲击到达强度下的系统可靠度

在影响系统可靠度的这两个因素中，随机冲击到达的速率是无法控制的，因此在进行系统设计时要尽量提高元件受到随机冲击时的失效阈值，这样可以有效地

提高系统的可靠度，增加系统任务的完成率。在本文中，主要考虑的是宇宙辐射等对机载电子元器件的影响，一方面可以通过增加防护等手段来尽量减小每次受到冲击时的伤害，另一方面可以通过提高制造技术等方法提高失效阈值，增加元件承受冲击的次数，从而提高元件及系统的可靠性。

3.6 本章小结

本章针对航天系统关键子系统中存在冷备份以及有限维修等动态行为，并考虑航天系统的电子元器件在太空中容易受到银河宇宙线、太阳宇宙线及地球辐射等随机冲击的影响，综合应用多种冲击模型、马尔科夫更新过程以及模块化方法，对考虑随机冲击作用下的多阶段任务系统进行建模。

本章首先介绍了马尔科夫更新过程及其在冷备份有限维修系统中的应用。在此基础上，引入两种常见的元件冲击模型——累积冲击模型与极限冲击模型，然后将元件冲击模型嵌入系统动态模型中，考虑在冷备份有限维修系统中不同元件受到不同冲击类型的作用，建立起冲击作用下的系统动态模型，并利用马尔科夫更新过程对其进行近似求解。最后，利用所提出的动态系统马尔科夫更新过程模型，对考虑冲击作用的多阶段任务系统进行求解。从最后的实例分析中，我们可以看到，随机冲击不但对元件，而且也对系统的可靠度造成了严重的影响，因此在进行系统设计时必须考虑随机冲击的作用；元件受到随机冲击时的失效阈值的大小对系统可靠度有着重要的影响，在进行系统设计时可以通过增加防护或者应用性能更好的元件来提高系统可靠度。

在前两章的 PMS 建模方法研究中，所有的元件都是二态元件，只有工作或失效状态，我们将在后面的章节中对多态 PMS 的建模方法做进一步的研究。

第四章 多态多阶段任务系统可靠性建模方法

前面章节我们主要研究了由二态元件组成的多阶段动态任务系统的可靠性建模方法,即系统与元件都只有‘工作’与‘失效’两种状态,而这种‘二态’的假设有时过于简单,并不能满足对系统与元件从完全正常工作到完全失效的整个退化过程的描述,复杂系统或/元件往往在‘正常工作’与‘完全失效’之间存在着多个中间状态^[117],即多态系统/元件。本章将针对多阶段任务系统中系统与元件存在多个工作状态的情况进行建模方法研究。

4.1 引言

多态元件为除了‘正常工作’和‘完全失效’两种状态外,还存在着多个中间状态的元件,目前研究较多的多态部件主要包括两种类型:(1)多工作/失效状态部件,例如二极管,存在着开路失效与短路失效两种失效模式^[96];(2)多性能元件,即元件存在着多个工作效率,例如发电机存在着多个工作效率的状态(0兆瓦、25兆瓦、75兆瓦以及100兆瓦)^[118],根据其工作效率对元件的状态进行划分。一般多态系统会由多个多态元件构成,系统的状态由元件的状态组合决定,系统状态与元件状态的关系如下^[119]:

$$G_s(t) = \phi(g_{1,l_1}(t), \dots, g_{i,l_i}(t), \dots, g_{K,l_K}(t)) \quad (4-1)$$

其中, $\phi(\bullet)$ 表示系统的结构函数, $G_s(t)$ 表示时刻 t 的系统状态值, $g_{i,l_i}(t)$ 表示元件 i 在时刻 t 处于状态 l_i , K 表示系统中元件的数量。系统的结构函数 $\phi(\bullet)$ 表示元件的状态集合与系统状态之间的函数映射关系。

多态系统理论由 Barlow^[120]、El-Neveih^[121]等先后提出,并给出了多态系统的具体定义及其可靠性的基本概念。随着科学技术的发展,工业设备、军事装备等系统日趋复杂,而多态理论能够准确地描述系统由完全正常工作到完全失效的整个复杂演变的过程,能够透彻地分析部件状态的变化对系统的影响,多态系统理论也就越来越受到重视,近些年来已成为可靠性研究的热点内容。针对多态系统可靠性的研究主要集中于三个方面:多态系统可靠性建模及评估算法研究^{[95],[122]-[130]}、多态系统可靠性优化^{[131]-[134]}以及维修策略分析^{[135]-[138]}等。多态系统可靠性建模方法主要包括四类:1)布尔模型及其扩展模型方法,包括多态故障树^[122]、二元决策图^[123]、多值决策图^[124]以及多态多值决策图^[125]等方法;2)随机过程方法,包括 Markov 模型^[126]、半马尔科夫过程^[127]以及马尔科夫更新过程^[95]等;3)通用生成函数方法

[128]; 4) 仿真计算方法, 包括蒙特卡洛仿真^[129], 随机 Petri 网等仿真方法^[130]。

目前绝大多数的多态系统可靠性建模方法都集中于单阶段系统的可靠性研究, 即在全寿命期间系统的结构函数、失效阈值等都不会随时间变化而变化, 然而这一假设在很多实际系统中并不适用, 比如在航天多阶段任务系统中, 在不同的任务时间段内, 系统的结构函数、失效阈值等都会随时间变化, 即系统或者元件存在多个工作/退化状态的同时, 全寿命周期又被分成多个任务阶段, 这类系统被称为多态多阶段任务系统^[18] (Multi-State Phased-Mission System, MS-PMS)。对多态多阶段任务系统进行建模需要同时处理多态系统的动态特性与多阶段任务系统的阶段相关性, 因此 MS-PMS 的建模比传统的多态系统或多阶段系统都要复杂, 目前对多态多阶段任务系统的研究还非常有限。Trivedi 等^[69]将元件的多个状态分为可靠状态与不可靠状态两个集合, 将多态元件划分为二态元件进行分析, 利用 BDD 模型对存在单独维修的多阶段系统进行了建模。Xing 等^{[17],[18]}对上述方法进行了扩展, 利用 MMDD 方法对系统中包含多态元件的多态多阶段可修任务系统进行建模并利用 Markov 过程对系统中的多态元件组成的不相交路径进行计算, 在该 MMDD 方法中, 可以考虑元件在不同阶段失效阈值不同的情况, 而不必将元件的状态根据固定的失效阈值在全寿命周期内将多态元件分为工作与失效两个状态集合, 极大地扩展了多态多阶段任务系统建模的研究。

对于复杂的航天多阶段任务系统, Xing 等提出的 MMDD 方法^[17]存在着两个不足: 1) 该方法直接应用于不可修多阶段任务系统时需要在建模完成后再删去不适用的不交合路径, 造成计算资源的浪费。2) 多态元件的状态停留时间都服从指数分布, 而这一假设大多数情况下并不符合实际情况^[139]。针对目前的 MMDD 模型存在的这两个问题, 在本章的研究中, 首先根据系统的不可修特性, 即在全寿命周期中元件的状态只会不断退化, 结合 MMDD 模型以及 PMS-BDD 模型中的二态原件的 BDD 阶段算法, 提出多态元件 MMDD 模型的阶段算法以及 PMS-MMDD 模型, 对不可修多态多阶段任务系统进行建模, 以更加高效的方法来得到系统的不相交路径。其次考虑元件的状态转移时间服从非指数分布, 提出基于马尔科夫更新方程的不交和路径概率计算模型, 对系统不相交路径的概率进行处理, 并利用迭代数值算法对其进行近似计算。

本章的主要研究内容安排如下: 4.2 节简要介绍 MMDD 方法, MMDD 方法由 BDD 方法扩展而来, 在处理多态系统时要优于 BDD 方法。4.3 节结合简单的算例, 提出 MMDD 阶段算法与 PMS-MMDD 模型方法, 并与传统的 PMS-BDD 方法与 MMDD 方法进行对比。4.4 节针对多态元件转移时间分布服从非指数分布的情况, 提出基于马尔科夫更新过程的方法对 4.3 节中建模得到的不相交路径进行计算。在

4.5 节中结合工程实际, 对本章中提出的 PMS-MMDD 模型与非指数多态路径计算方法进行分析。

4.2 多态多值决策图

多态多值决策图 MMDD 是在传统二元决策图 BDD 模型的基础上扩展而来, 由 Xing 等^[28]于 2008 年提出, 将其用于多态系统与元件的分析上, 并证明其在多态系统的分析中优于传统的 BDD 模型, 建模过程中占用内存更小, 计算效率更高。在本节中, 我们对多态多值决策图的基本概念和基本算法进行简单的介绍。

4.2.1 元件 MMDD 模型

与 BDD 模型相同, MMDD 模型也是基于香农分解的有向无环图, 假设元件 A 一共有 m 个状态, 类似于 BDD 模型中的 *ite* 形式, 元件 A 的香农分解可以用 MMDD 模型的 *case* 表达式:

$$\begin{aligned} F &= A_1 \cdot F_{x_A=1} + A_2 \cdot F_{x_A=2} + \cdots + A_m \cdot F_{x_A=m} \\ &= \text{case}(A, F_{x_A=1}, F_{x_A=2}, \cdots, F_{x_A=m}) \\ &= \text{case}(A, F_1, F_2, \cdots, F_m) \end{aligned} \quad (4-2)$$

式(4-2)的图形表达如图 4-1(a)所示, 节点 A 表示多态元件 A, 其 m 条标识分别为 $(1, 2, \cdots, m)$ 的输出边, 表示该多态元件的 m 个状态, 其中 $F_i, 1 \leq i \leq m$ 的值为‘1’或者‘0’, 表示元件 A 是否处于状态 i , 图 4-1(b)表示元件 A 处于状态 i , 这也是 MMDD 模型中最基础的表达形式, 系统 MMDD 模型是由元件的多态 MMDD 模型进行逻辑运算得到的。

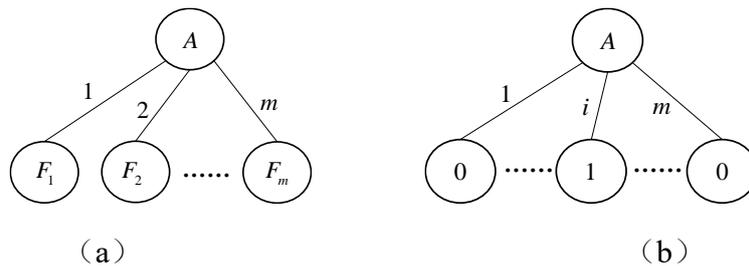


图 4-1 元件的 MMDD 模型

(a) 式(4-2)对应的 MMDD 模型; (b) MMDD 基本事件模型 (元件 A 处于状态 $i, 1 \leq i \leq m$)

4.2.2 系统 MMDD 模型

在得到系统中每个元件状态的 MMDD 模型之后, 通过 MMDD 的基本逻辑运算规则对元件 MMDD 模型进行逻辑运算, 即可得到系统的 MMDD 模型, MMDD

的基本逻辑运算规则为:

$$\begin{aligned}
 g \diamond h &= \text{case}(x, G_1, \dots, G_m) \diamond \text{case}(y, H_1, \dots, H_m) \\
 &= \begin{cases} \text{case}(x, G_1 \diamond H_1, \dots, G_m \diamond H_m) & \text{index}(x) = \text{index}(y) \\ \text{case}(x, G_1 \diamond h, \dots, G_m \diamond h) & \text{index}(x) < \text{index}(y) \\ \text{case}(y, g \diamond H_1, \dots, g \diamond H_m) & \text{index}(x) > \text{index}(y) \end{cases} \quad (4-3)
 \end{aligned}$$

其中, $g = \text{case}(x, G_1, \dots, G_m)$ 与 $h = \text{case}(y, H_1, \dots, H_m)$ 分别表示多态元件的随机变量 g 与 h 的多值布尔表达式, \diamond 表示逻辑操作‘与’或者‘或’, index 表示变量排序。

式(4-3)中的三种不同排序规则下的表达式的图形表达如图 4-2 所示。

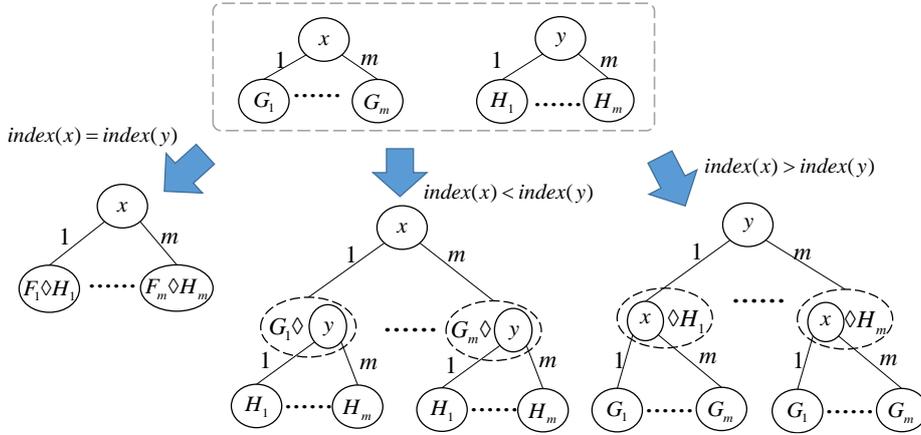


图 4-2 MMDD 模型的基本逻辑计算规则

下面我们以一个简单的多态系统数学算例来对 MMDD 模型的生成过程做简单的介绍。假设某一多态系统 X 中包含两个元件 A 与 B, 元件 A 与元件 B 都有三个状态 (3、2、1), 系统正常工作要求元件 A 处于状态 3 或者状态 2, 并且元件 B 处于状态 3, 则该系统的多态故障树如图 4-3 所示。

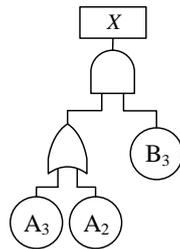


图 4-3 多态故障树算例

第一步, 根据底事件的元件状态, 得到每个底事件的 MMDD 模型, 图 4-3 中的三个底事件 A_3 、 A_2 与 B_3 所对应的 case 表达式分别为: $A_3 = \text{case}(A, 0, 0, 1)$ 、 $A_2 = \text{case}(A, 0, 1, 0)$ 、 $B_3 = \text{case}(B, 0, 0, 1)$, 则相应的 MMDD 基本事件模型如图 4-4 所示。

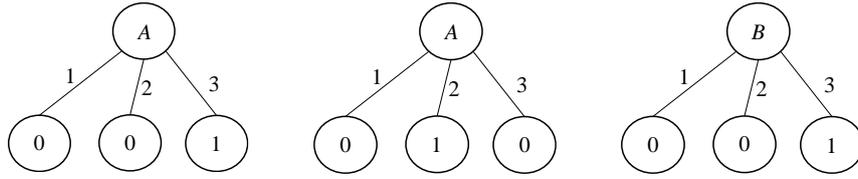


图 4-4 多态故障树算例中底事件对应的 MMDD 模型

第二步,根据元件的变量排序,依据基本逻辑计算规则将底事件对应的 MMDD 模型进行逻辑计算,得到系统 MMDD 模型,在本例中我们设定 $index(A) > index(B)$, 则该系统的 MMDD 系统模型的合成过程如图 4-5 所示。

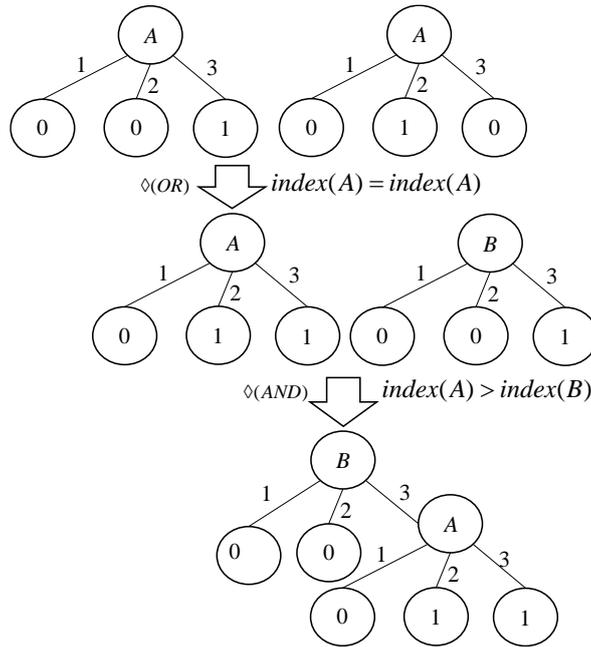


图 4-5 多态故障算例中 MMDD 模型的逻辑计算过程

每个 MMDD 模型包括有限个非吸收节点以及两个吸收节点‘0’和‘1’, 吸收节点‘0’和‘1’分别表示该 MMDD 表示的系统是否处于某个具体的状态。每条从顶点到吸收节点的路径都表示一条包含系统元件状态集合的不交和路径, 所有吸收节点为‘1’不交和路径的概率之和为该 MMDD 所表示的系统是否处于某个状态的概率。例如, 图 4-5 中的 MMDD 模型一共包含两条路径 B_3A_3 与 B_3A_2 , 则系统处于正常工作状态的概率为 $R = P(B_3A_3) + P(B_3A_2)$ 。

4.3 MMDD 阶段代数与 PMS-MMDD 模型

在多阶段任务系统建模中,最困难的部分是处理前后阶段之间的相关性,这种相关性可以分为两类: 第一类是在相邻的两个阶段,元件在下一阶段开始时的状态与前一阶段结束时的状态相同,即阶段切换是瞬间完成的,切换时间极短,可以忽

略不计，元件的状态在阶段切换时产生变化的概率可以忽略不计；（2）在不可修 PMS 中，后面阶段的元件状态不会比前面阶段元件的状态更好，即不可维修元件的状态会随着系统的运行不断退化。其中第一类相关性存在于所有类型的 PMS 中，而第二类相关性只存在于不可修 PMS 中。应用传统的 MMDD 模型对 PMS 进行建模，无法在建模过程中考虑第二类相关性。在本节中，我们针对不可修多态多阶段任务系统的特性，将 PMS-BDD 模型中的二态阶段代数扩展至 MMDD 模型的多态阶段代数，在此基础上提出 MMDD 阶段依赖性运算规则，并利用一个数学算例来说明 PMS-MMDD 模型的建立过程，最后将本章所提出的 PMS-MMDD 方法与传统的 MMDD 方法以及 PMS-BDD 方法进行对比。

4.3.1 MMDD 阶段代数

假设元件 A 为包含 m 个状态（ m 为最佳工作状态，1 为完全失效状态），工作时间分为 n 个阶段的元件，将表 1-2 所示的二态 PMS 的阶段代数扩展到多态 PMS 阶段代数，如表 4-1 所示。

表 4-1 多态 PMS 阶段代数（ $1 \leq i \leq j \leq n$ ）

$A_{i,(m)} \cdot A_{j,(m)} \rightarrow A_{j,(m)}$	$A_{i,(m)} + A_{j,(m)} \rightarrow A_{i,(m)}$
$A_{i,(1)} \cdot A_{j,(1)} \rightarrow A_{i,(1)}$	$A_{i,(1)} + A_{j,(1)} \rightarrow A_{j,(1)}$
$A_{i,(S_i)} \cdot A_{j,(S_j)} \rightarrow 0 \quad (1 \leq S_i < S_j \leq m)$	$A_{i,(S_i)} + A_{j,(S_j)} \rightarrow 1 \quad (1 \leq S_j < S_i < m)$

在表 4-1 中， $A_{i,(j)} (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m)$ 的取值为 0 或者 1， $A_{i,(j)} = 1$ 表示元件 A 在阶段 i 中处于状态 j ，而 $A_{i,(j)} = 0$ 则表示元件 A 在阶段 i 中不处于状态 j ，最后一行中， S_i 与 S_j 表示元件 A 在阶段 i 与阶段 j 的状态。

在表 4-1 中所示的多态阶段代数表达式的物理意义分别为：

（1） $A_{i,(m)} \cdot A_{j,(m)} \rightarrow A_{j,(m)}$ ：元件 A 在阶段 i 与阶段 j 都处于最佳工作状态等同于元件 A 在阶段 j 处于最佳工作状态；

（2） $A_{i,(1)} \cdot A_{j,(1)} \rightarrow A_{i,(1)}$ ：元件 A 在阶段 i 与阶段 j 都处于完全失效状态等同于元件 A 在阶段 i 处于完全失效状态；

（3） $A_{i,(S_i)} \cdot A_{j,(S_j)} \rightarrow 0 \quad (1 \leq S_i < S_j \leq m)$ ：元件 A 在阶段 i 处于较差的状态 S_i 并且同时元件 A 在阶段 j 处于较好的状态 S_j ，这种情况是不存在的；

（4） $A_{i,(m)} + A_{j,(m)} \rightarrow A_{i,(m)}$ ：元件 A 在阶段 i 或者阶段 j 都处于最佳工作状态等同于元件 A 在阶段 i 处于最佳工作状态；

（5） $A_{i,(1)} + A_{j,(1)} \rightarrow A_{j,(1)}$ ：元件 A 在阶段 i 或者阶段 j 都处于完全失效状态等同

于元件 A 在阶段 j 处于完全失效状态:

(6) $A_{i,(S_i)} + A_{j,(S_j)} \rightarrow 1$ ($1 \leq S_j < S_i < m$): 元件 A 在阶段 i 处于较差的状态 S_i 或者元件 A 在阶段 j 处于较好的状态 S_j , 在不可维修系统中没有实际意义。

4.3.2 MMDD 阶段依赖性运算规则

假设有 m 个状态的元件 A 在阶段 i 与阶段 j ($i < j$) 都工作, 则其 MMDD 模型的 case 表达式 E_i 与 E_j 可表示为:

$$\begin{aligned} E_i &= \text{case}\left(A_i, (E_i)_{A_{i,m}}, \dots, (E_i)_{A_{i,1}}\right) = \text{case}\left(A_i, G_m, \dots, G_1\right) \\ E_j &= \text{case}\left(A_j, (E_j)_{A_{j,m}}, \dots, (E_j)_{A_{j,1}}\right) = \text{case}\left(A_j, H_m, \dots, H_1\right) \end{aligned} \quad (4-4)$$

其中, $G_m / H_m = 1$ 表示元件 A 在阶段 i / j 中处于状态 m , $G_m / H_m = 0$ 表示元件 A 在阶段 i / j 中不处于状态 m 。

MMDD 阶段依赖性运算规则主要依赖于变量在阶段间的排序, 主要的排序方法包括两类: 向前阶段依赖性运算: 变量排序与阶段序号相同, 即 $A_1 < A_2 < \dots < A_n$; 向后阶段依赖性运算: 变量排序与阶段序号相反, 即 $A_1 > A_2 > \dots > A_n$ 。

结合表 4-1 所示的多态阶段代数与式(4-3)所示的 MMDD 的基本逻辑计算规则, 可以得到 MMDD 阶段依赖性运算规则:

(1) 向前阶段依赖性排序规则, 即 $A_i < A_j$, 则 MMDD 多阶段依赖性计算规则为:

$$\begin{aligned} &\text{case}\left(A_i, G_m, \dots, G_1\right) \diamond \text{case}\left(A_j, H_m, \dots, H_1\right) \\ &= \text{case}\left(A_i, G_m \diamond E_{j,1}, G_{m-1} \diamond E_{j,2}, \dots, G_2 \diamond E_{j,m-1}, G_1 \diamond H_1\right) \\ &\left(E_{j,n} = \text{case}\left(A_j, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}, H_{m-n+1}, \dots, H_2, H_1\right), 1 \leq n \leq m\right) \end{aligned} \quad (4-5)$$

(2) 向后阶段依赖性排序规则, 即 $A_j < A_i$, 则 MMDD 多阶段依赖性计算规则为:

$$\begin{aligned} &\text{case}\left(A_i, G_m, \dots, G_1\right) \diamond \text{case}\left(A_j, H_m, \dots, H_1\right) \\ &= \text{case}\left(A_j, G_m \diamond H_m, E_{i,2} \diamond H_{m-1}, \dots, E_{i,m} \diamond H_1\right) \\ &E_{i,n} = \text{case}\left(A_i, G_m, G_{m-1}, \dots, G_{m-n+1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-n}\right), 1 \leq n \leq m \end{aligned} \quad (4-6)$$

式(4-5)与式(4-6)的证明见附录 A。

4.3.3 多阶段 PMS-MMDD 模型的建立

在本节中，通过一个多态多阶段任务系统算例来对提出的 PMS-MMDD 模型方法进行说明，该多阶段系统算例中包含 3 个元件 A、B、C，元件的状态转移图如图 4-6 所示。

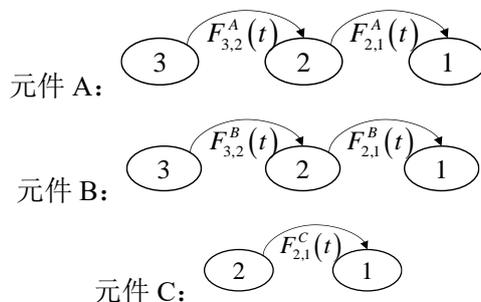


图 4-6 多态多阶段任务系统算例的多态元件状态转移图

系统正常工作条件：在阶段 1 中元件 A 处于状态 3 或者元件 C 处于状态 2；阶段 2 中元件 A 处于状态 3 或者状态 2，或者元件 B 处于状态 3；阶段 3 中元件 B 处于状态 3 或者状态 2，或者元件 C 处于状态 2，则其结构函数为：

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 \cdot \Phi_2 \cdot \Phi_3 \\ &= (A_{1,(3)} + C_{1,(2)}) (A_{2,(3)} + A_{2,(2)} + B_{2,(3)}) (B_{3,(3)} + B_{3,(2)} + C_{3,(2)}) \end{aligned} \quad (4-7)$$

其中， $A_{i,(j)}$ 表示元件 A 在阶段 i 中处于状态 j ，该系统的多态故障树如图 4-7 所示。

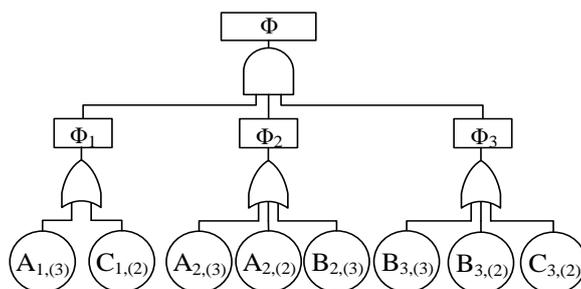


图 4-7 多态多阶段任务系统算例多态故障树

利用 PMS-MMDD 对多态多阶段任务系统进行建模的过程可以分为三步：

第一步：根据 MMDD 模型的基本运算规则，得到多阶段任务系统每个阶段的 MMDD 模型，图 4-7 所示的多阶段系统的阶段 MMDD 模型如图 4-8 所示。

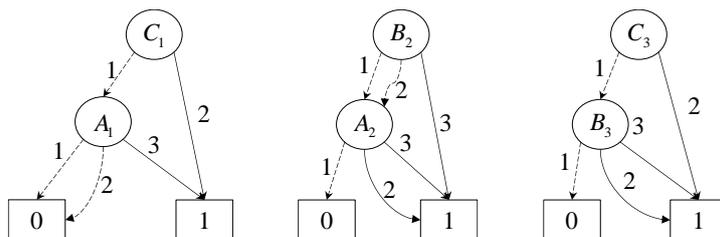


图 4-8 多态多阶段任务系统算例阶段 MMDD 模型

第二步：将多个阶段的 MMDD 模型进行融合计算，其中，如果两个进行逻辑计算的变量为同一个元件在不同阶段的行为，逻辑计算方法使用 4.3.2 节中所提出的阶段依赖性运算规则；如果为不同元件，则利用基本运算规则进行逻辑计算。设定变量排序为 $C_3 < C_1 < B_3 < B_2 < A_2 < A_1$ ，则该系统的多阶段 MMDD 模型如图 4-9 所示。

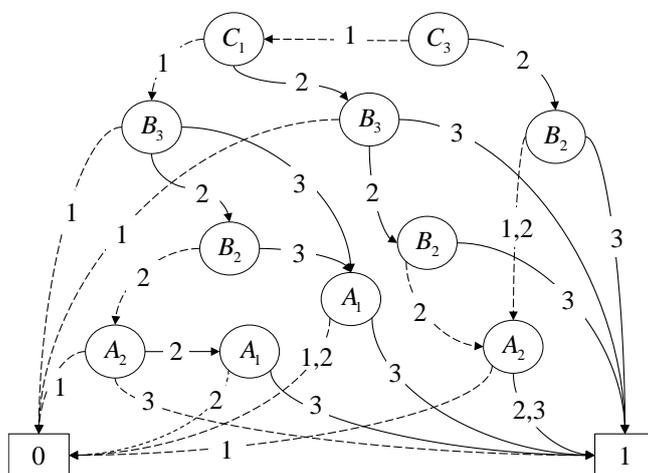


图 4-9 多态多阶段任务系统算例 PMS-MMDD 方法下的 MMDD 模型

第三步：根据上一步中得到的系统 MMDD 模型，得出系统的不交和路径，图 4-9 所示的多阶段 MMDD 模型中的不交和路径为：

$$\begin{aligned}
 \eta_1 &= C_{3,(2)}B_{2,(3)}, & \eta_2 &= C_{3,(2)}B_{2,(1)}A_{2,(2)}, & \eta_3 &= C_{3,(2)}B_{2,(1)}A_{2,(3)}, \\
 \eta_4 &= C_{3,(2)}B_{2,(2)}A_{2,(2)}, & \eta_5 &= C_{3,(2)}B_{2,(2)}A_{2,(3)}, & \eta_6 &= C_{3,(1)}C_{1,(2)}B_{3,(3)}, \\
 \eta_7 &= C_{3,(1)}C_{1,(2)}B_{3,(2)}B_{2,(3)}, & \eta_8 &= C_{3,(1)}C_{1,(2)}B_{3,(2)}B_{2,(2)}A_{2,(2)}, \\
 \eta_9 &= C_{3,(1)}C_{1,(2)}B_{3,(2)}B_{2,(2)}A_{2,(3)}, & \eta_{10} &= C_{3,(1)}C_{1,(1)}B_{3,(3)}A_{1,(3)}, \\
 \eta_{11} &= C_{3,(1)}C_{1,(1)}B_{3,(2)}B_{2,(3)}A_{1,(3)}, & \eta_{12} &= C_{3,(1)}C_{1,(1)}B_{3,(2)}B_{2,(2)}A_{2,(3)}, \\
 \eta_{13} &= C_{3,(1)}C_{1,(1)}B_{3,(2)}B_{2,(2)}A_{2,(2)}A_{1,(3)}
 \end{aligned} \tag{4-8}$$

4.3.4 对比分析

在本节中，应用图 4-7 所示的多态多阶段任务系统算例，将本章中所提出的

PMS-MMDD 方法与现有的 PMS-BDD 方法以及传统的 MMDD 方法进行对比分析。

(1) 与 PMS-BDD 方法的对比

PMS-BDD 模型是目前最常用于处理二态多阶段任务系统的方法，同时 PMS-BDD 模型也被用于多态系统的建模^[123]。将 PMS-BDD 方法应用于多态多阶段任务系统，其建模过程可以分为三步：

第一步，建立系统多个阶段的多态故障树，如图 4-7 所示，应用 BDD 基本逻辑运算规则将其转换为阶段 BDD 模型，如图 4-10 所示。

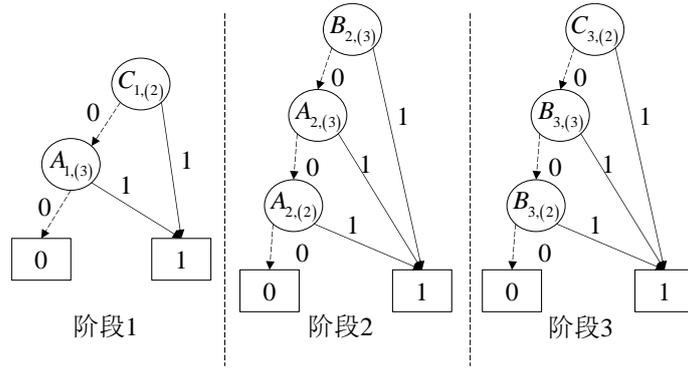


图 4-10 多态多阶段任务系统算例阶段 BDD 模型

在图 4-10 中，每个节点表示元件在某个阶段是否处于某个具体的状态，例如， $B_{3,(2)}$ 表示元件 B 在阶段 3 结束时处于状态 2。

第二步，根据 PMS-BDD 的阶段依赖性算法，将阶段 BDD 模型进行合并，得到系统 BDD 模型，在多阶段 BDD 建模中，变量排序为向后阶段依赖性排序时，得到的系统 BDD 模型规模最小，因此在本文中，我们同样采用向后阶段依赖性排序，即变量排序为 $C_{3,(2)} > C_{1,(2)} > B_{3,(3)} > B_{3,(2)} > B_{2,(3)} > A_{2,(3)} > A_{2,(2)} > A_{1,(3)}$ ，可得到系统 BDD 模型如图 4-11 所示。

第三步，根据图 4-11 所示的系统 BDD 模型，所有从非吸收结点 $C_{3,(2)}$ 出发，到达吸收节点‘1’的路径都表示该系统正常的路径，共 13 条不相交路径，分别为：

$$\begin{aligned}
 \eta'_1 &= C_{3,(2)} B_{2,(3)}, & \eta'_2 &= C_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} A_{2,(3)}, \\
 \eta'_3 &= C_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} \bar{A}_{2,(3)} A_{2,(2)}, & \eta'_4 &= \bar{C}_{3,(2)} C_{1,(2)} B_{3,(3)}, \\
 \eta'_5 &= \bar{C}_{3,(2)} C_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} B_{2,(3)}, & \eta'_6 &= \bar{C}_{3,(2)} C_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} A_{2,(3)}, \\
 \eta'_7 &= \bar{C}_{3,(2)} C_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} \bar{A}_{2,(3)} A_{2,(2)}, & \eta'_8 &= \bar{C}_{3,(2)} C_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} A_{2,(3)}, \quad (4-9) \\
 \eta'_9 &= \bar{C}_{3,(2)} C_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} \bar{A}_{2,(3)} A_{2,(2)}, & \eta'_{10} &= \bar{C}_{3,(2)} \bar{C}_{1,(2)} B_{3,(3)} A_{1,(3)}, \\
 \eta'_{11} &= \bar{C}_{3,(2)} \bar{C}_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} B_{2,(3)} A_{1,(3)}, & \eta'_{12} &= \bar{C}_{3,(2)} \bar{C}_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} A_{2,(3)}, \\
 \eta'_{13} &= \bar{C}_{3,(2)} \bar{C}_{1,(2)} \bar{B}_{3,(3)} B_{3,(2)} \bar{B}_{2,(3)} \bar{A}_{2,(3)} A_{2,(2)} A_{1,(3)}
 \end{aligned}$$

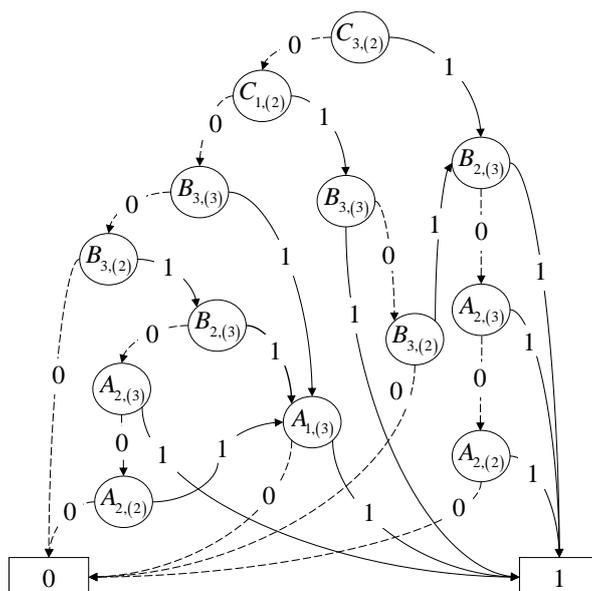


图 4-11 多态多阶段任务系统算例系统 BDD 模型

在式(4-9)中, $\bar{B}_{3,(3)}$ 表示元件 B 在阶段 3 中不处于状态 3, 同时 $\bar{B}_{3,(3)}B_{3,(2)}$ 与式(4-8)中的 $B_{3,(2)}$ 所表示的物理意义相同。分析之后, 我们可以发现, 式(4-9)中的不相交路径与式(4-8)中的不相交路径相匹配。

与 PMS-MMDD 模型相比, 在 PMS-BDD 模型中, 每个节点只能表示元件在某个阶段中处于某个具体的状态与否, 而不能具体地表示元件处于某个状态, 例如, 一个有 m 个状态的元件 A, 在 BDD 中我们需要 $m-i+1(1 \leq i \leq m)$ 个节点: $\bar{A}_m \bar{A}_{m-1} \cdots \bar{A}_{i+1} A_i$ 表示元件 A 处于状态 i , 而在 MMDD 模型中, 我们只需要一个节点 $A_{(i)}$ 就可以表示元件 A 处于状态 i 。因此, 与 PMS-BDD 模型方法相比, 在多态多阶段任务建模中, 本文所提的 PMS-MMDD 方法所使用的节点更少, 因此在计算中其所需要的内存空间更少, 计算效率更高。

(2) 与传统 MMDD 方法对比

传统的 MMDD 方法适用于可修多态多阶段任务系统模型, 在系统建模过程中未考虑多态元件不可修的情况, 未考虑第二类阶段相关性, 因此在得到系统 MMDD 模型以及系统的不相交路径之后, 我们需要删去不适用的不相交路径, 即存在有元件状态在后面阶段中好于前面阶段的路径。其建模过程可以分为以下四步:

第一步与 4.3.3 节中的 PMS-MMDD 方法相同, 建立系统的多个阶段的多态故障树, 如图 4-7 所示, 并将其转换为阶段 MMDD 模型, 如图 4-8 所示。

第二步, 将多个阶段的 MMDD 模型进行合并计算, 逻辑计算方法为式(4-3)所示的 MMDD 基本逻辑计算规则。设定变量排序为 $C_3 < C_1 < B_3 < B_2 < A_2 < A_1$, 则系统 MMDD 模型如图 4-12 所示。

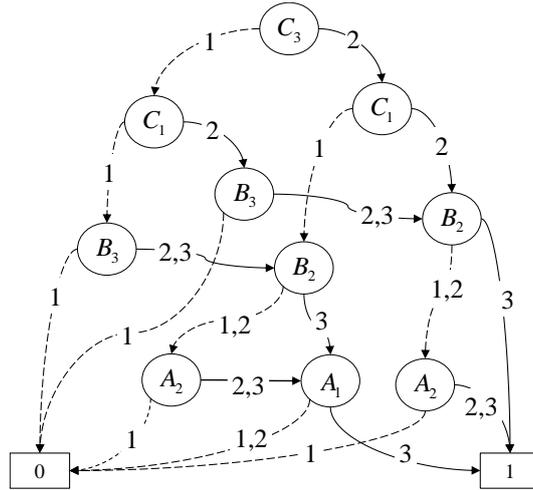


图 4-12 多态多阶段任务系统算例 MMDD 方法得到的 MMDD 模型

第三步，根据图 4-12 所示的系统 MMDD 模型，所有从根节点 C_3 出发，到达吸收节点‘1’的路径都表示该系统正常工作的路径，共 25 条不相交路径，分别为：

$$\begin{aligned}
 \eta_1'' &= C_{3,(2)} C_{1,(2)} B_{2,(3)}, & \eta_2'' &= C_{3,(2)} C_{1,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(2)}, \\
 \eta_3'' &= C_{3,(2)} C_{1,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(3)}, & \eta_4'' &= C_{3,(2)} C_{1,(2)} B_{2,(2)} A_{2,(2)}, \\
 \eta_5'' &= C_{3,(2)} C_{1,(2)} B_{2,(2)} A_{2,(3)}, & \eta_6'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(2)} B_{2,(3)}, \\
 \eta_7'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(3)} B_{2,(3)}, & \eta_8'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(2)}, \\
 \eta_9'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(3)}, & \eta_{10}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(2)} B_{2,(2)} A_{2,(2)}, \\
 \eta_{11}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(2)} B_{2,(2)} A_{2,(3)}, & \eta_{12}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(3)} B_{2,(1)} A_{2,(2)}, \\
 \eta_{13}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(3)} B_{2,(1)} A_{2,(3)}, & \eta_{14}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(3)} B_{2,(2)} A_{2,(2)}, \\
 \eta_{15}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(3)} B_{2,(2)} A_{2,(3)}, & \eta_{16}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(2)} B_{2,(3)} A_{1,(3)}, \\
 \eta_{17}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(3)} B_{2,(3)} A_{1,(3)}, & \eta_{18}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(2)} A_{1,(3)}, \\
 \eta_{19}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(3)} A_{1,(3)}, & \eta_{20}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(2)} B_{2,(2)} A_{2,(2)} A_{1,(3)}, \\
 \eta_{21}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(3)} A_{1,(3)}, & \eta_{22}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(3)} B_{2,(1)} A_{2,(2)} A_{1,(3)}, \\
 \eta_{23}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(3)} B_{2,(1)} A_{2,(3)} A_{1,(3)}, & \eta_{24}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(3)} B_{2,(2)} A_{2,(2)} A_{1,(3)}, \\
 \eta_{25}'' &= C_{3,(1)} C_{1,(1)} B_{3,(3)} B_{2,(3)} A_{2,(3)} A_{1,(3)} & &
 \end{aligned} \tag{4-10}$$

第四步，考虑不可修特性，将式(4-10)中存在较后面阶段元件状态好于前面阶段的不相交路径删除，例如路径 $\eta_8'' = C_{3,(1)} C_{1,(2)} B_{3,(2)} B_{2,(1)} A_{2,(2)}$ 。

与传统的 MMDD 模型方法相比，本章所提的 PMS-MMDD 方法可以在模型建立过程中将多态元件不可修的特性考虑进去，使得建模过程更加简化，对不可修多态多阶段任务系统建模更加高效。

在本节中，我们针对不可修多态多阶段任务系统特性，提出了 MMDD 阶段代

数以及 MMDD 阶段依赖性算法，形成 PMS-MMDD 模型，将其应用于不可修多态多阶段任务系统的建模，并与已有的 PMS-BDD 模型方法与传统 MMDD 方法进行对比分析，说明所提方法的优越性。

4.4 非指数多态多阶段系统计算方法

在传统的 PMS 可靠性建模中指数分布是最常用的，并且在多态多阶段任务系统可靠性建模中，由于指数分布的无记忆性，不交和路径的概率可以通过基于 CTMC 的方法进行计算，其概率等于元件各个阶段的状态转移概率的乘积。但是在实际情况中，大多数的航天系统多态元件并不服从指数分布，而是服从威布尔分布^{[88],[139]}。当元件的转移分布服从的是类似于威布尔分布这样的非指数分布时，基于 CTMC 的不交和路径计算方法就不再适用。因此，在本文的研究中，考虑多态元件的转移时间服从非指数分布，提出基于马尔科夫更新方程的方法来对不交和路径的概率进行计算，同时，利用迭代的数值积分方法对多层复杂积分进行近似计算。

4.4.1 非指数不可修多态元件

在传统的多态元件分析中，状态间的转移分布大多数情况下都被假设为指数分布，而这在实际情况下并不符合大多数的机械零部件或者复杂的机电一体化零部件，其状态转移分布一般服从非指数分布，例如威布尔分布。对于状态转移分布服从非指数分布的多态元件，假设在状态转移后，元件之后的状态与之前的状态无关，则其服从半马尔科夫过程（SMP），只在状态转移点处具备无记忆性。

假设元件 A 为具有 m 个状态的不可修非指数多态元件，则其多态转移图如图 4-13 所示。

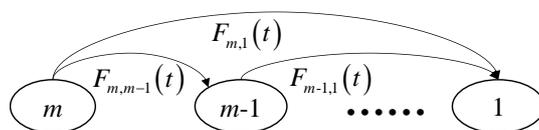


图 4-13 不可修多态元件 A 半马尔科夫模型

根据 2.3 节中介绍的半马尔科夫过程的内容，我们可以得到图 4-13 所示的半马尔科夫模型的内核矩阵 $Q(t)$ 与状态转移概率矩阵 $\theta(t)$ 分别为：

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} 0 & Q_{m,m-1}(t) & Q_{m,m-2}(t) & \cdots & Q_{m,1}(t) \\ 0 & 0 & Q_{m-1,m-2}(t) & \cdots & Q_{m-1,1}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \theta_{m,m}(t) & \theta_{m,m-1}(t) & \theta_{m,m-2}(t) & \cdots & \theta_{m,1}(t) \\ 0 & \theta_{m-1,m-1}(t) & \theta_{m-1,m-2}(t) & \cdots & \theta_{m-1,1}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \theta_{1,1}(t) \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

其中，内核矩阵 $\mathbf{Q}(t)$ 表示该元件的一步转移概率矩阵， $\boldsymbol{\theta}(t)$ 表示元件的条件状态转移概率矩阵，并且 $\mathbf{Q}(t)$ 与 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 之间满足式(2-4)所示的马尔科夫更新方程，通过对马尔科夫更新方程组进行求解，即可得到元件 A 的状态转移概率矩阵 $\boldsymbol{\theta}(t)$ ，继而求得元件 A 的其他可靠性参数。

4.4.2 非指数多态不交合路径计算方法

在本章中，我们研究的多态元件为不可修多态元件且元件之间为相互独立的元件，因此系统不交和路径的概率可由各元件的多阶段多态概率相乘所得，例如，式(4-8)中的不交和路径 η_6 的概率为：

$$\begin{aligned} \Pr\{\eta_6 = 1\} &= \Pr(C_{3,(1)}C_{1,(2)}B_{3,(2)}B_{2,(3)}) \\ &= \Pr(C_{1,(2)}C_{3,(1)})\Pr(B_{2,(3)}B_{3,(2)}) \\ &= \Pr(C_{1,(2,2)})\Pr(C_{3,(2,1)})\Pr(B_{2,(3,3)})\Pr(B_{3,(3,2)}) \end{aligned} \quad (4-13)$$

其中，最后一行表达式中 $\Pr(C_{i,(j_1,j_2)})$ 表示在阶段 i 中元件 C 由状态转至状态 j_2 。

当元件的转移分布服从非指数分布时，其状态的转移分布并不具有无记忆性，例如在式(4-13)中， $\Pr(C_{3,(2,1)})$ 表示元件在阶段 3 中从状态 2 转移至状态 1，而在阶段 x_1, x_2, x_3 之前，元件 C 已经在阶段 1 中工作一段时间，其在阶段 3 的初始失效率与阶段 1 的初始失效率并不相同，如果对其直接进行计算就会产生误差，因此，我们提出基于马尔科夫更新过程的方法来对其进行计算。

假设元件 A 在某个路径中三个阶段末的状态分别为，并且 $m \geq x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq 1$ ，则在该路径中元件 A 的状态为 $A_{1,(x_1)}A_{2,(x_2)}A_{3,(x_3)}j_1$ ，如图 4-14 所示。

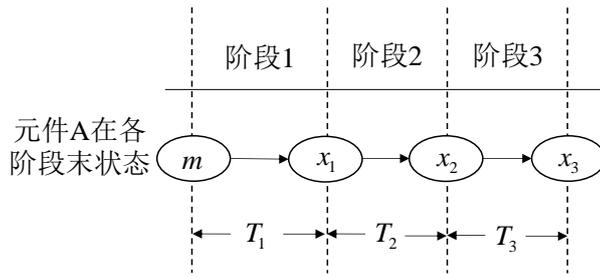


图 4-14 多态元件 A 的多阶段状态转移模型

根据图 4-14，我们只能得到元件在各阶段末尾的状态，其阶段内的状态变化可以为任意时刻，例如，元件可以在时间段 $[0, T_1]$ 的任意时间点转移至状态 x_1 。假设时间 τ_i ($i=1,2,3$)表示在阶段 i 元件 A 状态变化至 x_i 的时间点，则图 4-14 的多阶段状态转移图可以划分至如图 4-15 所示。

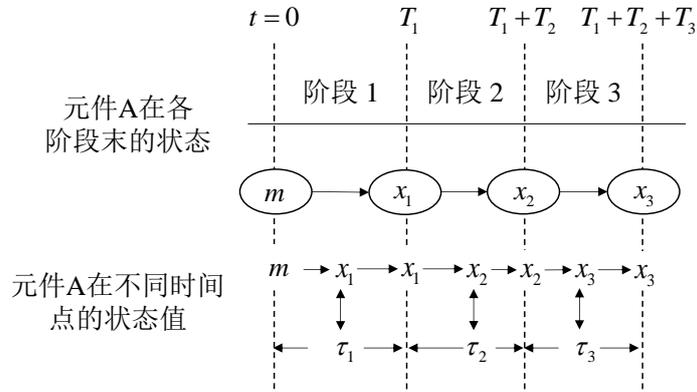


图 4-15 多态元件 A 跨阶段状态转移模型

根据马尔科夫更新过程的思想，我们可以利用多重积分来计算该路径的概率，其路径的概率为：

$$\Pr(S_0 = m, S_{T_1} = x_1, S_{T_2} = x_2, S_{T_3} = x_3) = \int_0^{T_1} f_{m,x_1}(\tau_1) \int_0^{T_2} f_{x_1,x_2}(\tau_2 + T_1 - \tau_1) \int_0^{T_3} f_{x_2,x_3}(\tau_3 + T_2 - \tau_2) \theta_{x_3,x_3}(T_3 - \tau_3) d\tau_3 d\tau_2 d\tau_1 \quad (4-14)$$

其中， $f_{i,j}(\tau), i \geq j$ 表示元件 A 从状态 i 转移至状态 j 的概率密度函数。

根据 i 与 j 之间的关系，我们可以将 $f_{i,j}(\tau)$ 分为三类：

第一类： $i = j$ ，表示元件在该阶段中没有发生状态转移。在这种情况下，该阶段所表示的状态转移可以忽略。以图 4-15 中的算例为例，假设 $m = x_1$ ，则图 4-15 简化为如图 4-16 所示。

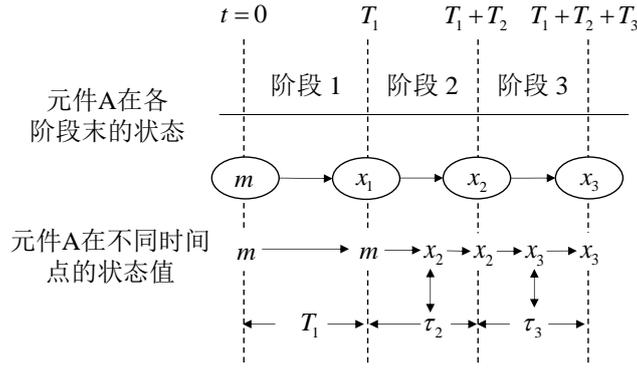


图 4-16 $m = x_1$ 时多态多阶段元件 A 状态转移模型

同时，式(4-14)中的计算公式也变化为：

$$\begin{aligned} & \Pr(S_0 = m, S_{T_1} = m, S_{T_2} = x_2, S_{T_3} = x_3) \\ &= \int_0^{T_2} f_{m,x_2}(\tau_2 + T_1) \int_0^{T_3} f_{x_2,x_3}(\tau_3 + T_2 - \tau_2) \theta_{x_3,x_3}(T_3 - \tau_3) d\tau_3 d\tau_2 \end{aligned} \quad (4-15)$$

第二类： $i - j = 1$ ，表示元件在该阶段中只发生一次状态转移。则 $f_{i,j}(\tau)$ 可计算为：

$$f_{i,j}(\tau) = q_{i,j}(\tau) = \frac{dQ_{i,j}(t)}{dt} \quad (4-16)$$

第三类： $i - j > 1$ ，表示元件在该阶段中发生超过一次的状态转移。这种情况下 $f_{i,j}(\tau)$ 的计算就会比较复杂，为了对其进行计算，在本文中我们提出状态转移概率矩阵 $\mathbf{K}(t)$ ，矩阵 $\mathbf{K}(t)$ 中的元素 $K_{i,j}(t)$ 表示元件在时间段 $[0, t]$ 内从状态 i 转移至状态 j 且最后一次状态转移发生于时刻 t 的概率， $K_{i,j}(t)$ 满足等式：

$$f_{i,j}(t) = K_{i,j}(t) = \sum_{k=i}^j \int_0^t q_{i,k}(\tau) K_{k,j}(t - \tau) d\tau \quad (4-17)$$

并且矩阵 $\mathbf{K}(t)$ 的表达式为：

$$\mathbf{K}(t) = \begin{bmatrix} 0 & K_{m,m-1}(t) & K_{m,m-2}(t) & \cdots & K_{m,1}(t) \\ 0 & 0 & K_{m-1,m-2}(t) & \cdots & K_{m-1,1}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & K_{m-2,1}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & K_{2,1}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

其中， $K_{2,1}(t) = \int_0^t q_{2,1}(\tau) d\tau$ 。

根据矩阵 $\mathbf{K}(t)$ ，当 $i - j > 1$ 时，式(4-14)中的表达式可更新为：

$$\begin{aligned}
& \Pr(S_0 = m, S_{T_1} = x_1, S_{T_2} = x_2, S_{T_3} = x_3) \\
&= \int_0^{T_1} \left(\sum_{k=1}^m \int_0^{\tau_1} q_{i,k}(\tau_1') K_{k,j}(t - \tau_1') d\tau_1' \right) \int_0^{T_2} f_{x_1, x_2}(\tau_2 + T_1 - \tau_1) \\
& \int_0^{T_3} f_{x_2, x_3}(\tau_3 + T_2 - \tau_2) \theta_{x_3, x_3}(T_3 - \tau_3) d\tau_3 d\tau_2 d\tau_1
\end{aligned} \quad (4-19)$$

综上所述，非指数多态元件的多阶段路径概率的计算方法可以分为两步：

第一步，根据元件的状态转移分布函数，通过半马尔科夫过程计算得到元件的内核矩阵 $\mathbf{Q}(t)$ 以及条件状态转移概率矩阵 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 。

第二步，根据元件在不同阶段末的状态，根据本文所提的基于马尔科夫更新过程的多重积分方法得到元件的多阶段多重积分计算公式，然后根据元件的阶段状态变化来对计算公式进行计算。

4.5 算例分析

4.5.1 多态航天器 AOCS 算例

在本章中，我们继续应用图 3-5 所示的多阶段航天器姿轨控系统，来对本章所提的方法进行说明与验证。首先，应用 PMS-MMDD 模型对系统进行建模，其次应用基于 Markov 更新过程的方法对系统的不交和路径进行计算，得到系统的可靠度，通过与 MC 仿真计算结果以及传统的指数分布时所应用的计算方法得到的结果进行对比，说明本章所提方法的计算效率与正确性。

在本章中应用的算例的任务过程和元件种类与第三章的算例相同，在本章中考虑元件的多态特性，四个子系统的元件根据其性能或者备份情况可以分为两类：第一类为性能退化元件，例如太阳帆板或者电池，可以提供的电力为一个变化量，随着部分电池板的失效而逐渐退化，根据其性能对元件进行状态分类；第二类为存在备份元件，如微机子系统，根据其备份情况对元件进行状态分类。对航天器姿轨控系统的所有元件重新进行编号与状态划分，则整个系统可以分为：1) 由备份电脑组成的控制子系统 (A)；2) 供电子系统，包括电池 (B) 与太阳能电池板及控制机构 (C)；3) 敏感器子系统，包括太阳敏感器 (D)、地球敏感器 (E)、陀螺 (F) 以及星敏感器 (G)；4) 动力子系统，包括动量轮 (H)、大推力推进器 (I) 以及小推力推进器 (J)。所有的元件都包括三个状态：状态 3 (正常工作状态)、状态 2 (退化或者备份启用状态)、状态 1 (失效状态)。所有元件的状态转移分布都服从威布尔分布 ($F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}$ ，其中 α 为形状参数， β 为尺度参数)，所有元件的参数如表 4-2 所示。

表 4-2 航天器姿轨控系统多态元件参数表

	A	B	C	D/E/F/G	H	I	J
$\alpha_{3,2}$	1.6093	2.4136	2.9417	1.9284	0.8826	3.9359	4.3064
$\beta_{3,2}$	1067.08	856.76	2861.76	3480.29	3658.66	2263.81	2209.64
$\alpha_{2,1}$	1.2570	1.2722	3.3196	2.7396	3.1182	0.7533	1.7094
$\beta_{2,1}$	1955.75	1852.89	1732.87	791.38	2.7733	2149.07	1604.77

在阶段 1 发射阶段中，姿轨控系统需要元件 A 处于状态 3 或者状态 2，元件 B、C、E 以及 G 处于状态 3，来完成发射阶段的姿态、高度等参数的监测及传输以及太阳帆板的正常展开任务，其阶段多态故障树如图 4-17(a)所示；在阶段 2 中，需要元件 A 处于状态 3 或者状态 2，元件 B、C、D、E、J 以及 H 处于状态 3，来完成变轨以及与空间站的精确对接任务，其阶段多态故障树如图 4-17(b)所示；在阶段 3 中，元件 A、B、C 以及 J 处于状态 3 或者状态 2，元件 F、G 以及 H 处于状态 3，来完成在轨运行阶段的姿态与轨道控制任务，保证航天器的正常运行，其阶段多态故障树如图 4-17(c)所示；在阶段 4 中，需要元件 A、B、D、E 以及元件 J 处于状态 3 或者状态 2，来完成返回地球阶段的姿态轨道控制任务，其阶段多态故障树如图 4-17(d)所示。

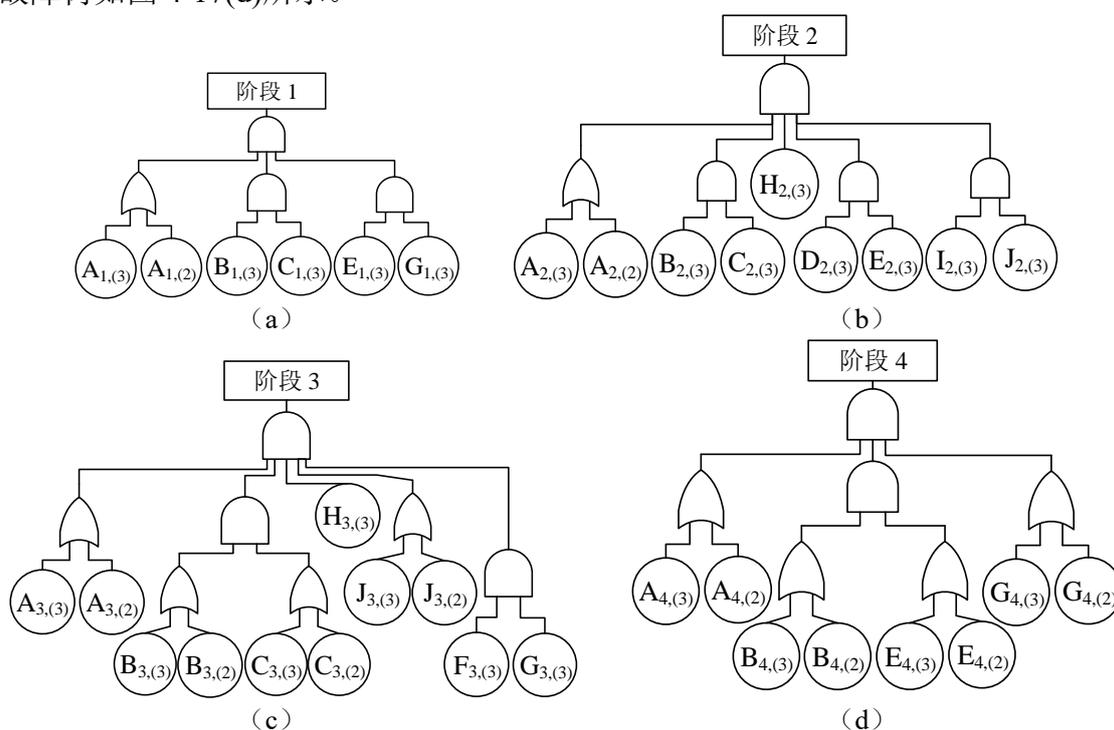


图 4-17 航天器姿轨控系统阶段多态故障树

- (a) 阶段 1 发射阶段；(b) 阶段 2 轨道转移阶段；
 (c) 阶段 3 正常在轨工作阶段；(d) 阶段 4 返回地球阶段

应用 PMS-MMDD 模型对航天器多态多阶段姿轨控系统进行建模，建模流程如下：

第一步，根据 MMDD 的基本逻辑计算规则将图 4-17 所示的多态故障树转化为阶段 MMDD 模型，如图 4-18 所示。

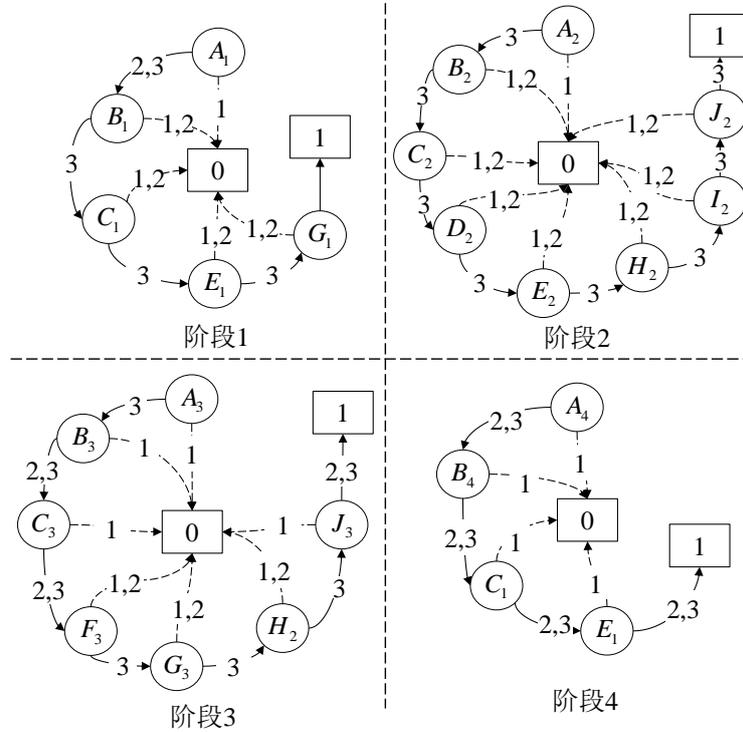


图 4-18 航天器 AOCS 阶段 MMDD 模型

第二步，设定变量的排序规则为 $J_3 < J_2 < I_2 < H_3 < H_2 < G_4 < G_3 < G_1 < F_3 < E_4 < E_2 < E_1 < D_3 < C_3 < C_2 < C_1 < B_4 < B_3 < B_2 < B_1 < A_4 < A_3 < A_2 < A_1$ 。根据 MMDD 阶段依赖性规则，将图 4-18 中的阶段 MMDD 模型进行合并，得到系统 MMDD 模型，如图 4-19 所示。

第三步，根据系统 MMDD 模型，从非终结点‘ J_3 ’到终结点‘1’的路径都表示系统正常工作，根据图 4-19，一共包括 32 条不交和路径：

$$\begin{aligned}
 \eta_1^{AOCS} &= J_{3,(2)} I_{2,(2)} H_{3,(2)} G_{4,(2)} F_{3,(2)} E_{4,(2)} D_{2,(2)} C_{3,(2)} B_{4,(2)} A_{4,(1,2)}, \\
 \eta_2^{AOCS} &= J_{3,(1)} J_{2,(2)} I_{2,(2)} H_{3,(2)} G_{4,(2)} F_{3,(2)} E_{4,(2)} D_{2,(2)} C_{3,(2)} B_{4,(2)} A_{4,(1,2)} \cdots \cdots \\
 \eta_{32}^{AOCS} &= J_{3,(1)} J_{2,(2)} I_{2,(2)} H_{3,(2)} G_{4,(1)} G_{3,(2)} F_{3,(2)} E_{4,(1)} E_{2,(2)} D_{2,(2)} C_{3,(1)} C_{2,(2)} B_{4,(1)} B_{2,(2)} A_{4,(1,2)}
 \end{aligned} \tag{4-20}$$

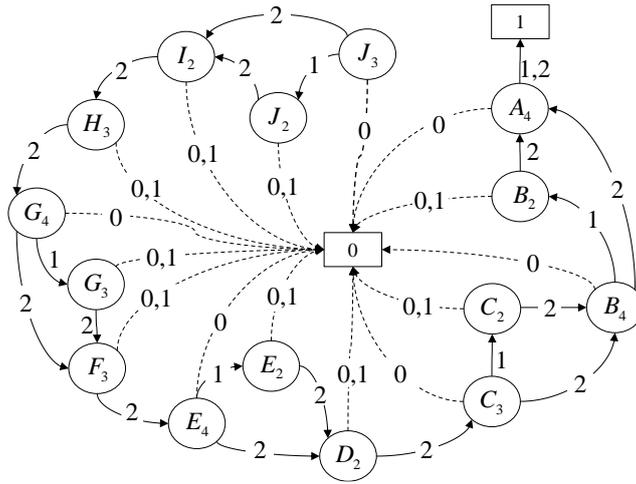


图 4-19 航天器 AOCS 系统 MMDD 模型

第四步，根据式(4-20)的不交和路径及 Markov 更新方程计算方法，设定数值近似计算的间距为 $\delta=0.1$ ，各路径的概率分别为：

$$\begin{aligned}
 \eta_1^{AOCS} &= 0.9103 \\
 \eta_2^{AOCS} &= 1.6413 \times 10^{-4} \\
 &\dots\dots \\
 \eta_{32}^{AOCS} &= 4.8722 \times 10^{-15}
 \end{aligned} \tag{4-21}$$

最终，系统可靠度可计算为：

$$R_{sys}^{AOCS} = \sum_{i=1}^{32} \eta_i^{AOCS} = 0.93032 \tag{4-22}$$

4.5.2 计算结果分析

在上一节中，根据 PMS-MMDD 模型及基于 Markov 更新过程的不交和路径计算方法得到了多态 AOCS 的可靠度，在本节中，我们对计算结果进行对比验证。首先，应用 Monte Carlo 方法对计算结果进行验证，仿真次数设定为 $N_{max} = 2 \times 10^6$ 。其次，应用文献[18]中的不交和路径概率方法对该多态 AOCS 的可靠度进行计算。三种方法得到的系统可靠度随时间变化的曲线如图 4-20 所示。

根据图 4-20 所示的系统可靠度对比图，我们可以得出以下结论：1) 本文所提的方法与仿真结果对比基本一致，验证了本文所提方法的正确性；2) 运用文献[17]中的不交合路径概率计算方法所得的结果与本文所提的方法及仿真方法所得的结果有较大差距，该方法不适用于非指数多态 PMS 的计算，主要原因是该方法在计算时，将每个阶段状态转移的概率直接相乘，在计算时假设在每个阶段开始时元件状态为全新的状态，未考虑元件在前一阶段状态转移后已经工作一段时间，导致失

效率已产生变化的特性, 因此其估算的可靠度要高于正常值, 验证了本文所提方法的必要性。

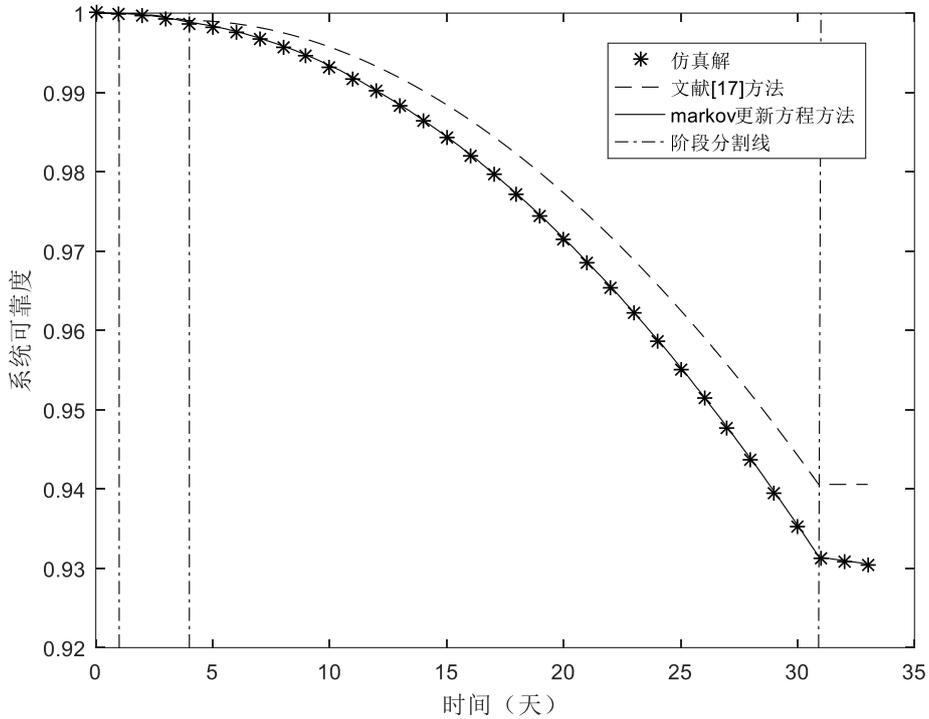


图 4-20 不同方法的航天器 AOCS 系统可靠度曲线对比图

4.6 本章小结

本章在前两章的基础上, 将复杂非指数 PMS 的研究扩展至非指数多态 PMS 上, 将二态元件进行扩展, 对由多态非指数元件组成的 PMS 的建模与评估方法进行了研究。首先, 针对不可修 PMS 中多态元件的不可修特性, 将二态元件的阶段代数规则扩展至多态元件的代数规则, 并结合多态元件的代数规则将 MMDD 的基本逻辑计算规则扩展至 MMDD 阶段依赖性规则, 在进行 PMS 建模时就将多态元件的不可修特性考虑进去, 简化建模过程。其次, 针对非指数元件失效率变化的特性, 利用 Markov 更新过程, 对非指数多态元件组成的不交和路径概率进行计算, 并结合数值计算方法进行高效率近似计算。最终, 通过与 Monte Carlo 方法及指数多态元件的计算方法进行对比, 说明本章所提方法的正确性与必要性。

第五章 混合备份下的多阶段任务系统可靠性优化方法

在航天系统的设计中,为了保证较高的可靠性,往往会采用高冗余的配置来尽可能地提高系统的可靠性,尤其是一些关键的子系统,例如组成姿轨控分系统的功能单机(机载计算机、定位敏感器等),经常采用较多的冗余来保证其在轨可靠性,但是这样的设计往往会使得航天系统的重量、制造成本大大增加。为了在提高系统可靠性的同时,降低系统重量,减少成本,我们在本章中对多阶段任务系统进行可靠性优化研究。

5.1 引言

在对系统进行设计时,提高系统可靠性的途径一般有两种^[140]: 1) 提高系统中元件的可靠性; 2) 使用冗余备份组件,提高系统可靠性。很多情况下,通过提高元件的可靠度来提高系统可靠度的作用是非常有限的,因此在进行系统设计尤其是要求具有高可靠性的航天系统时,经常采用冗余备份的方法来提高系统的可靠性。如何在满足系统设计的其他的限制条件,例如重量、体积、成本等的同时,对系统进行冗余备份及冗余结构进行选择来最大化系统可靠度,被称为冗余分配问题(Redundancy Allocation Problem, RAP)^{[141], [142]}。在RAP的研究中,通过对系统的每一个子系统进行备份数量、备份方式的优化选择,从而在服从约束的条件下使系统的可靠性最优。基础的可靠性优化问题可表示为:

$$\begin{aligned}
 & \text{find} \quad \varphi(\bullet) \\
 & \max \quad R_{\text{sys}} = F(x_1, x_2, \dots, x_m) \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m c_1(x_i) \leq C_1, \dots, \sum_{i=1}^m c_j(x_i) \leq C_j \\
 & \quad \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5-1}$$

其中 $c_j(\bullet)$ 表示元件 x_i 的第 j 种限制条件的特征值, C_j 表示第 j 种系统约束值。

绝大多数的可靠性优化问题都为非线性规划问题,是典型的 NP 问题,采用传统的枚举式搜索寻优方法计算量非常巨大,难以有效解决此类问题。近些年来,很多智能优化算法,如遗传算法(Genetic Algorithm, GA)^{[142]-[146]}、粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^{[147]-[149]}、蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)^{[150], [151]}、禁忌搜索(Tabu Search)^[152]等,能在有限时间内找出全局近似最优解,被大量应用于解决此类 NP 难题。

目前对系统可靠性优化的研究主要集中于对单阶段系统进行冗余优化方面的

研究,而对于多阶段任务系统的优化研究十分有限。Xing 等^[153]将遗传算法应用于多阶段任务系统的可靠性优化问题,对由不同的二态元件组成的 PMS 进行优化,并应用机载分布式计算系统为算例进行说明。Peng 等^[154]应用 UGF 方法对故障覆盖下的串并联 PMS 的系统可靠度进行建模,在此基础上应用遗传算法对系统结构进行优化。胡涛、俞建等^{[155],[156]}应用粒子群优化算法分别对存在热备份的 PMS 以及存在 $n/k(G)$ 表决冗余模块的 PMS 进行优化。周文明等^[157]应用综合满意度方法,对系统可靠性指标进行分配综合权衡优化。

在航天多阶段任务系统中,主要采取的备份方式包括冷备份、热备份及混合备份等三种,而目前针对 PMS 的优化研究还非常有限,主要是针对静态 PMS 的研究,对冷备份及混合备份下的 PMS 优化的研究还非常欠缺。针对这一问题,本章在前几章的 PMS 可靠性建模与评估方法研究的基础上,开展混合备份下的多阶段任务系统冗余优化研究,首先利用 SMP 与模块化方法对存在混合备份的多阶段任务系统进行可靠性建模,在此基础上应用改进的遗传算法对多阶段任务系统的组成结构与子系统的备份方式同时进行优化,以得到系统的近似全局最优解。

5.2 基本假设

假设(1):系统中所有的元件为二态元件,即系统中所有的元件只有正常工作与失效两种状态;

假设(2):系统中的工作元件的失效时间服从威布尔分布,系统中所有的元件都是不可修元件;

假设(3):所有可选元件的失效分布参数、重量、价格等参数都为固定值;

假设(4):系统由多个功能单元构成,每个功能单元由单个或者多个元件备份组成,备份方式包括冷备份、热备份以及混合备份,功能单元之间相互独立;

假设(5):多阶段任务系统的阶段顺序以及每个阶段的时长为设定好的固定值。

上述假设基本符合大多数航天系统的实际情况:1)工作元件一般为复杂机电一体化元件,寿命一般服从非指数分布;2)航天系统工作于外太空,绝大多数的元件都为不可修元件;3)在对元件进行选择时,其各类参数一般都为标定的固定值;4)大多数的航天系统在发射之前设定每一项任务的顺序与任务时间,因此其阶段顺序及阶段时长为固定值。

5.3 混合备份下的多阶段任务系统可靠性模型

在对混合备份下的多阶段任务系统冗余优化时,首先要建立混合备份下的多阶段任务系统可靠度计算模型,建立系统优化的目标函数,其次再建立系统优化设

计模型，本节中我们将介绍混合备份下的多阶段任务系统可靠度计算模型。

5.3.1 混合备份下的多阶段任务系统可靠性模型

如图 5-1 为一个多阶段任务系统的可靠性框图，其全寿命周期包含三个阶段，系统共有三个功能单元 A、B、C，在不同阶段中系统结构不同。

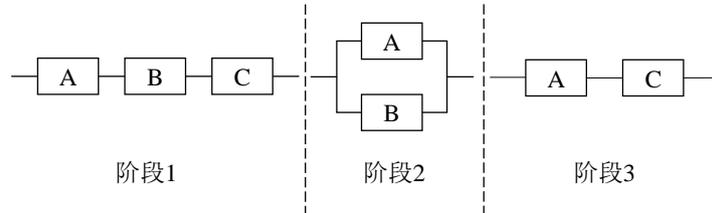


图 5-1 混合备份多阶段任务系统算例可靠性框图

三个功能单元包含多个(n_A 、 n_B 、 n_C)备份元器件，且其备份方式各不相同，如图 5-2 所示，功能单元 A 中所有的元件为热备份方式，功能单元 B 中元件 $B_1 \sim B_i$ 为热备份元件，其余所有元件为冷备份，功能单元 C 中 C_1 为工作元件，其余所有元件为冷备份元件，所有的工作元件与备份元件的寿命服从威布尔分布 ($F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}$)。在功能单元 B 与 C 中存在冷备份的单元，在其功能单元中也包含有监测/切换元件，其寿命服从指数分布 ($F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$)。

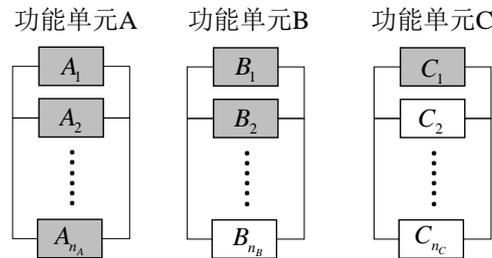


图 5-2 混合备份多阶段任务系统算例中元件的备份方式

在图 5-1 所示的多阶段任务系统中，所有的功能单元之间相互独立，因此其系统可靠度可以根据 PMS-BDD 模型与单元可靠度进行计算。

5.3.2 功能单元可靠性

(1) 热备份单元可靠性

在图 5-2 所示的单元中，功能单元 A 为热备份单元，一共包括 n_A 个元件，其每个功能单元的分布函数为 $F_A(t) = 1 - e^{-(t/\alpha_A)^{\beta_A}}$ ，则功能单元 A 的分布函数等同于并联系统的分布函数，为：

$$F_{AU}(t) = (F_A(t))^{n_A} \quad (5-2)$$

(2) 冷备份单元可靠性

在图 5-2 所示的单元中，功能单元 C 为冷备份单元，一共包括 n_c 个元件，其中元件 C_1 为正常工作元件，元件 $C_2 \sim C_{n_c}$ 为冷备份元件，工作元件与冷备份元件的失效分布为： $F_C(t) = 1 - e^{-(t/\alpha_c)^{\beta_c}}$ ，冷备份的监测/切换元件的失效分布为： $F_{CS}(t) = 1 - e^{-\lambda_{CS}t}$ 。由于功能单元 C 内部存在竞争失效的动态失效行为以及非指数分布，我们采用半马尔科夫过程进行计算，功能单元 C 的状态转移图如图 5-3 所示。

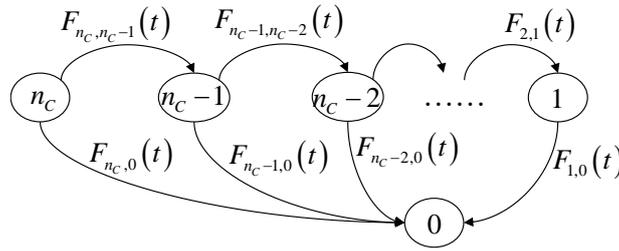


图 5-3 冷备份单元 C 状态转移图

其中状态 $n_c \sim$ 状态 1 都为工作状态，状态 0 为失效状态，则图 5-3 中所示的半马尔科夫过程的核矩阵 $Q(t)$ 为：

$$Q(t) = \begin{Bmatrix} 0 & F_{n_c, n_c-1}(t) & 0 & 0 & F_{n_c, 0}(t) \\ 0 & 0 & F_{n_c-1, n_c-2}(t) & 0 & F_{n_c-1, 0}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{1,0}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (5-3)$$

其中，状态‘1’表示单元内只剩最后一个冷备份元件 C_{n_c} 与监测/切换元件 CS 工作，则 $F_{1,0}(t) = F_C(t)$ ， $F_{i,0}(t)$ ， $i > 2$ 表示监测/切换元件在工作元件失效之前就已经失效，则 $F_{i,0}(t)$ ， $i > 2$ 可表示为：

$$\begin{aligned} F_{i,0}(t) &= \Pr\{\text{工作元件失效时间} > \text{监测开关元件失效时间}\} \\ &= \int_0^t F_{CS}(t) dF_C(u) \end{aligned} \quad (5-4)$$

$F_{i,i-1}(t)$ ， $i \geq 2$ 表示工作单元在监测/切换元件失效之前就已经失效，则 $F_{i,i-1}(t)$ ， $i \geq 2$ 可表示为：

$$\begin{aligned} F_{i,i-1}(t) &= \Pr\{\text{工作元件失效时间} < \text{监测开关元件失效时间}\} \\ &= \int_0^t (1 - F_{CS}(t)) dF_C(u) \end{aligned} \quad (5-5)$$

通过式(5-3)、(5-4)与(5-5)，即可得到冷备份单元的内核矩阵 $Q(t)$ ，结合 2.3 节中介绍的半马尔科夫过程，我们可以计算得到系统在任意时刻 t 的条件状态转移概率矩阵 $\theta_C(t)$ ，假设单元 C 开始工作时所有元件都处于完好状态，即功能单元 C 的初始状态向量为： $P_C(0)=[1,0,\dots,0]$ ，则功能单元 C 失效的分布函数为：

$$F_C(t) = \theta_{n_c,0}^C(t) \quad (5-6)$$

(3) 混合备份单元可靠性

在图 5-2 所示的单元中，功能单元 B 为混合备份单元，一共包括 n_B 个元件，其中元件 $B_1 \sim$ 元件 B_i 为热备份元件，元件 $B_{i+1} \sim B_{n_B}$ 为冷备份元件，工作元件与冷备份元件的失效分布为 $F_B(t) = 1 - e^{-(t/\alpha_B)^{\beta_B}}$ ，冷备份的监测/切换元件的失效分布为 $F_{BS}(t) = 1 - e^{-\lambda_{BS}t}$ 。由于功能单元 B 内部存在竞争失效的动态失效行为以及非指数分布，我们采用半马尔科夫过程进行计算，功能单元 B 的状态转移图如图 5-4 所示。

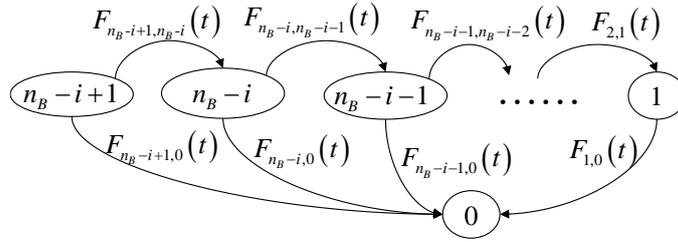


图 5-4 混合备份单元 B 状态转移图

其中状态 $(n_B-i+1) \sim$ 状态 1 都为工作状态，状态 0 为失效状态，则图 5-4 中所示的半马尔科夫过程的核矩阵 $Q(t)$ 为：

$$Q(t) = \left\{ \begin{array}{ccccc} 0 & F_{n_B-i+1, n_B-i}(t) & 0 & 0 & F_{n_B-i+1, 0}(t) \\ 0 & 0 & F_{n_B-i, n_B-i-1}(t) & 0 & F_{n_B-i, 0}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{1,0}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\} \quad (5-7)$$

其中 $F_{i,i-1}(t), 1 \leq i \leq n_B-i$ 与冷备份元件 C 的计算方法相同， $F_{n_B-i+1, n_B-i}(t)$ 表示系统从开始工作到系统中热备份元件全部失效，并且所有的热备份元件在监测/切换元件失效之前失效，则 $F_{n_B-i+1, n_B-i}(t)$ 可表示为：

$$\begin{aligned} F_{n_B-i+1, n_B-i}(t) &= \Pr\{\text{所有热备份元件失效时间} < \text{监测开关元件失效时间}\} \\ &= \int_0^t F_{BS}(t) d(F_B(u)^{B_i}) \end{aligned} \quad (5-8)$$

同样的, $F_{n_B-i+1,0}(t)$ 可表示为:

$$\begin{aligned}
 F_{n_B-i+1,0}(t) &= \Pr\{\text{任一热备份元件失效时间} > \text{监测开关元件失效时间}\} \\
 &= \int_0^t (1 - F_{BS}(t)) d(F_B(u)^{B_i})
 \end{aligned}
 \tag{5-9}$$

我们可以发现, 冷备份为混合备份方式中正常工作热备份元件为 1 时的一种特殊情况, 通过式(5-7)、(5-8)与(5-9), 即可得到混合备份单元的内核矩阵 $Q(t)$, 结合 2.3 节中介绍的半马尔科夫过程, 我们可以计算得到系统在任意时刻 t 的条件状态转移概率矩阵 $\theta_B(t)$, 假设单元 B 开始工作时所有元件都处于完好状态, 即功能单元 B 的初始状态向量为 $P_B(0) = [1, 0, \dots, 0]$, 则功能单元 B 的分布函数为:

$$F_B(t) = \theta_{n_B-i+1,0}^B(t)
 \tag{5-10}$$

5.3.3 系统可靠度

根据图 5-1 所示的系统多阶段任务可靠性框图, 我们可以得到系统的阶段 BDD 模型, 如图 5-5 所示。

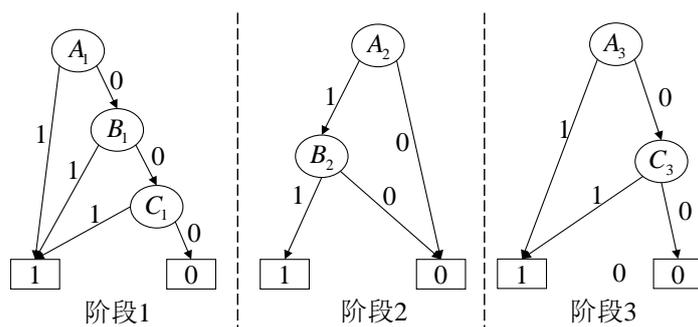


图 5-5 混合备份多阶段任务系统算例阶段 BDD 模型

根据 2.2.1 节中介绍的 PMS-BDD 算法, 设定其变量排序为 $A_3 < A_2 < A_1 < B_2 < B_1 < C_2 < C_1$, 根据该变量排序, 我们可以得到系统的 BDD 模型, 如图 5-6 所示。

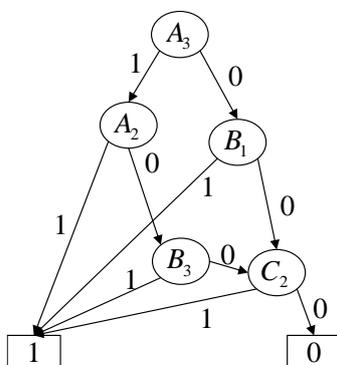


图 5-6 混合备份多阶段任务系统算例系统 BDD 模型

根据图 5-6，可以得到该 BDD 模型的不交和路径为：

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \bar{A}_3 \bar{B}_1 \bar{C}_2, \\ \eta_2 &= \bar{A}_3 A_2 \bar{B}_3 \bar{C}_2\end{aligned}\quad (5-11)$$

结合上节中计算得到的功能单元可靠度，可以得到该多阶段任务的可靠度为：

$$R_{\text{sys}} = P(\bar{A}_3)P(\bar{B}_1)P(\bar{C}_2) + P(\bar{A}_2 A_3)P(\bar{B}_3)P(\bar{C}_2) \quad (5-12)$$

在式(5-12)中， $P(\bar{A}_3)$ 表示功能单元 A 在阶段 3 未失效的概率，结合式(5-2)的功能单元 A 的分布函数， $P(\bar{A}_3)$ 可计算为：

$$P(\bar{A}_3) = 1 - F_{AU}(T) = 1 - (F_A(t))^{n_A} \quad (5-13)$$

另外，在式(5-12)中， $P(B_2 \bar{B}_1)$ 表示功能单元 B 在阶段 1 中未失效，在阶段 2 中失效的概率，结合式(5-10)中功能单元 B 的分布函数， $P(B_2 \bar{B}_1)$ 可计算为：

$$\begin{aligned}P(\bar{A}_2 A_3) &= P(T_1 + T_2 \leq t_A \leq T) = P(t_A \leq T) - P(t_A \leq T_1 + T_2) \\ &= (F_A(T))^{n_A} - (F_A(T_1 + T_2))^{n_A}\end{aligned}\quad (5-14)$$

式(5-12)中的其他元素可以参照式(5-13)与式(5-14)进行计算，最终可以计算得到该混合备份下的多阶段任务系统算例的可靠度。

5.4 基于遗传算法的多阶段系统冗余优化

5.4.1 遗传算法简介

遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 是模拟自然界的生物进化过程，以自然选择和遗传理论为基础的高效全局寻优算法。遗传算法由 Holland 教授^[158]于 1973 年提出，在上世纪 80 年代得到了长足的发展。在 80 年代末 90 年代初，DE Goldberg 与 Holland 教授等^[159]对遗传算法进行了归纳总结，形成了遗传算法的基本理论基础。遗传算法摒弃了传统的枚举式寻优方法，而是将所有的可行解作为一个单独的个体，随机选取有限量的个体组成初始种群，模拟生物种群进化过程中的遗传变异与自然优选的过程，通过遗传、变异与交叉来得到新的种群，根据优选的目标对每个个体进行评价优选，不断对整个种群进行优化，来得到最优解。遗传算法的基本流程^[160]如图 5-7 所示。

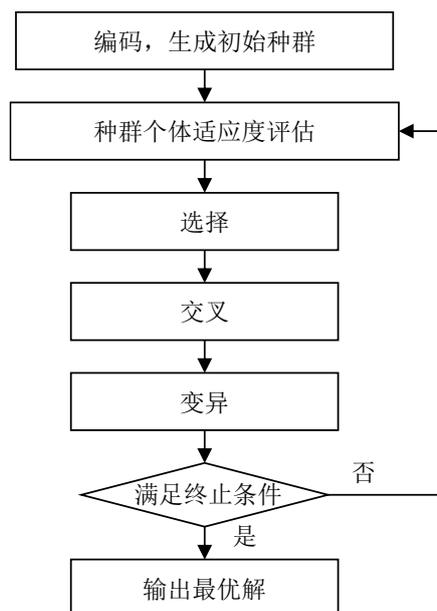


图 5-7 遗传算法的基本流程图

遗传算法包括三种基本算子：选择（**Selection**）、交叉（**Crossover**）、变异（**Mutation**）。

（1）选择算子：对目前的群体中的个体进行优胜劣汰。选择的过程为根据每个个体的适应度来选择更加符合优选目标的个体，利用优选的个体繁殖下一代（子代个体），本文中采用经典的轮盘对赌的方法对种群进行优选，适应度较高的个体被遗传至下一代的概率较大而适应度较低的个体的概率较小，通过这种方式，使得种群中的个体适应度逐渐接近最优解。

（2）交叉算子：利用父代的特性来产生新的个体。交叉的过程为按照一定的概率将种群的个体进行随机配对，然后按照某种规则（单点交叉、多点交叉、顺序交叉等）将配对的个体的部分基因进行互换，从而形成两个新的个体，而新的子代个体也包含父代个体的部分特性。

（3）变异算子：维持种群的多样性，防止出现早熟现象，即过早收敛。变异的过程为根据设定的变异率（**Mutation rate**）随机选择个体编码串上的部分值进行替换，产生新的个体。例如，将二进制编码中的‘0’换为‘1’，‘1’换为‘0’。

5.4.2 混合备份下的多阶段任务系统可靠性优化

5.4.2.1 种群个体的构建

运用遗传算法进行冗余优化的关键在于构建合适的种群个体，进行遗传算法的第一步即为将系统可行解表示为遗传算法中的种群个体。在混合备份的多阶段

任务系统中，我们需要对每个功能单元的备份策略以及系统结构进行优化，系统的可行解用矩阵 \mathbf{n} 可以表示为：

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_{1,1} & n_{1,2} & \cdots & n_{1,m} \\ n_{2,1} & n_{2,2} & \cdots & n_{2,m} \\ n_{3,1} & n_{3,2} & \cdots & n_{3,m} \\ n_{4,1} & n_{4,2} & \cdots & n_{4,m} \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

其中， m 为系统中功能单元的数量， $n_{1,i}$ 与 $n_{2,i}$ ($1 \leq i \leq m$) 分别表示功能单元 i 中热备份元件与冷备份元件的种类， $n_{3,i}$ 与 $n_{4,i}$ ($1 \leq i \leq m$) 分别表示功能单元 i 中热备份元件与冷备份元件的数量。每一组的矩阵 对应着系统的一种可行解，矩阵 \mathbf{n} 中每一列向量代表系统中一个功能单元对应的备份方式与备份数量。

混合备份多阶段任务系统冗余优化的数学模型为：

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{n} \\ & \max F(\mathbf{n}) \\ & \text{s.t. } W(\mathbf{n}) < W_{\max}, C(\mathbf{n}) < C_{\max}, n_{3,i} + n_{4,i} \leq n_{\max,i} \end{aligned} \quad (5-16)$$

其中， $F(\mathbf{n})$ 为系统的可靠度评价函数， $W(\mathbf{n})$ 与 $C(\mathbf{n})$ 为系统的重量与费用计算函数， W_{\max} 与 C_{\max} 为系统的重量与费用上限， $n_{\max,i}$ 为第 i 类单元的部件数量上限。

5.4.2.2 优化流程

基于改进的遗传算法的混合备份多阶段任务系统冗余优化的流程如图 5-8 所示。

其优化过程如下：

(1) 初始化：确定多阶段任务系统的模块化系统结构，确定系统的限制条件（重量，成本等），以及每个功能单元可以选择的元件的类型、数目和不同单元的参数与重量、成本等限制条件。

(2) 根据多阶段任务系统模块化结构，应用 PMS-BDD 方法得到系统模块化可靠度计算公式，如式(5-12)。

(3) 随机生成数目为 N_A 的初始种群，每个种群个体 \mathbf{n}_i 对应着一种可行解。

(4) 种群中的每个个体中的每一列向量对系统中的功能单元可靠度进行计算，并根据步骤 (2) 中的系统模块化可靠度公式计算得到每个种群个体所对应的系统可靠度。

(5) 终止条件判断：若迭代优化次数小于提前设定的遗传代数 N_{\max} ，进行遗传算法算子中的选择、交叉、变异，生成新的子代个体种群，转至步骤 (4)；若迭

代优化次数等于 N_{\max} ，迭代优化结束，转至步骤（7）。

（6）精英策略^[161]：为了防止在进行交叉与变异时，将最优个体破坏，在本文的遗传算法中，我们应用精英策略，将父代中的最优解对应的种群个体插入至子代中，并删去子代中的最差解对应的种群个体，来保持种群个体数目的固定。

（7）输出最优的系统结构以及相对应的系统可靠度。

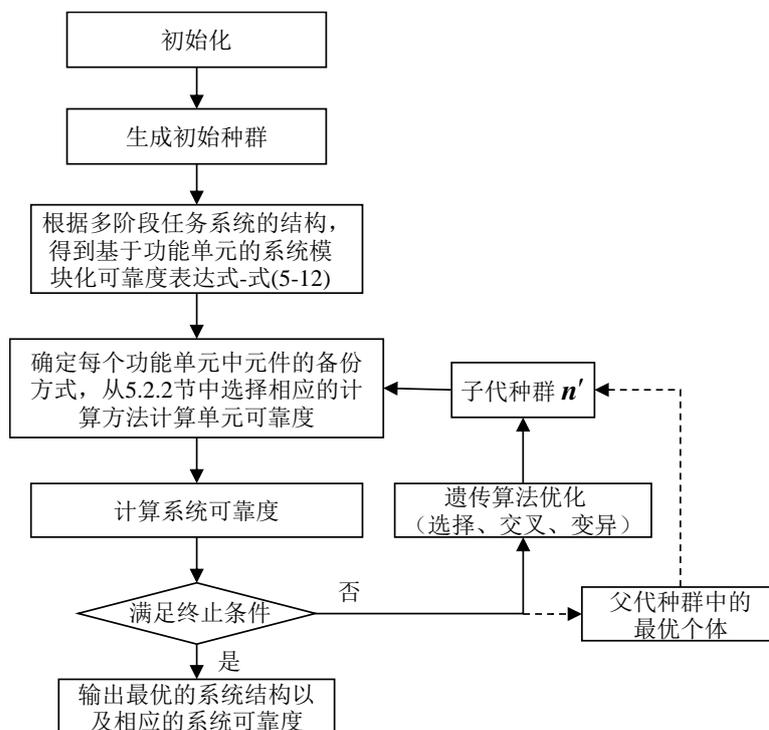


图 5-8 混合备份多阶段任务系统的冗余优化流程图

5.5 工程算例分析

5.5.1 航天器推进分系统的优化

某型号的航天器推进分系统如图 5-9 所示。推进分系统属于姿轨控系统的一部分，为航天器提供变轨机动、姿态控制、姿态调整、同步定点、位置保持和离轨返回所需要的动力。推进分系统一共包括三大功能模块：1）推进剂存储模块；2）控制模块，包括机载计算机与控制线路；3）不同推力的推力器及其推进剂供给模块。在该航天器中，为了进行精确的轨道与姿态的定位与控制，一共安装了四种推力的推进器，如图 5-9 所示。多种推力器共同完成变轨、定位、姿态调整等多种任务。其设计要求为推进分系统寿命末期的可靠度 ≥ 0.97 。

其任务阶段与上一章中的航天器算例相同，不同阶段的功能单元故障树如图 5-10 所示。在阶段 1 中，由控制模块（功能单元 A）对推进剂存储模块（功能单元

B) 进行监控, 保证其在发射阶段的稳定。在阶段 2、3、4 中, 由控制模块与推进剂模块提供指令与燃料, 由不同推力的推进器 (功能单元 C、D、E、F) 组合提供不同阶段轨道转移、轨道保持与调整以及返回地球所需要的推力, 推进分系统四个阶段的故障树如图 5-10 所示。

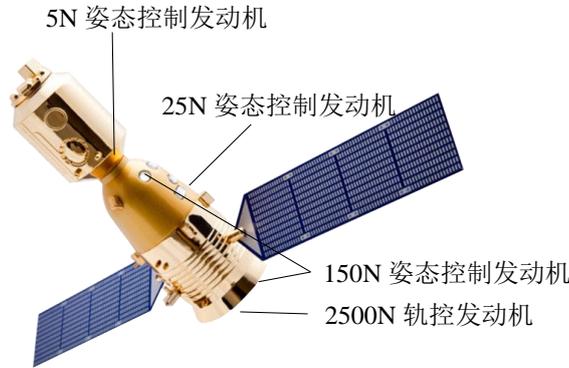


图 5-9 某型航天器推力器分布示意图

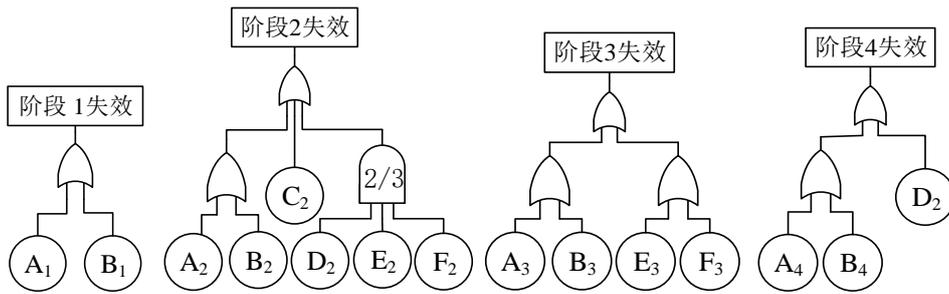


图 5-10 航天器推进分系统功能单元阶段故障树

根据图 5-10 所示的阶段故障树, 由 PMS-BDD 模型, 我们可以得到该推进分系统的阶段 BDD 模型与系统 BDD 模型, 分别如图 5-11 与图 5-12 所示。

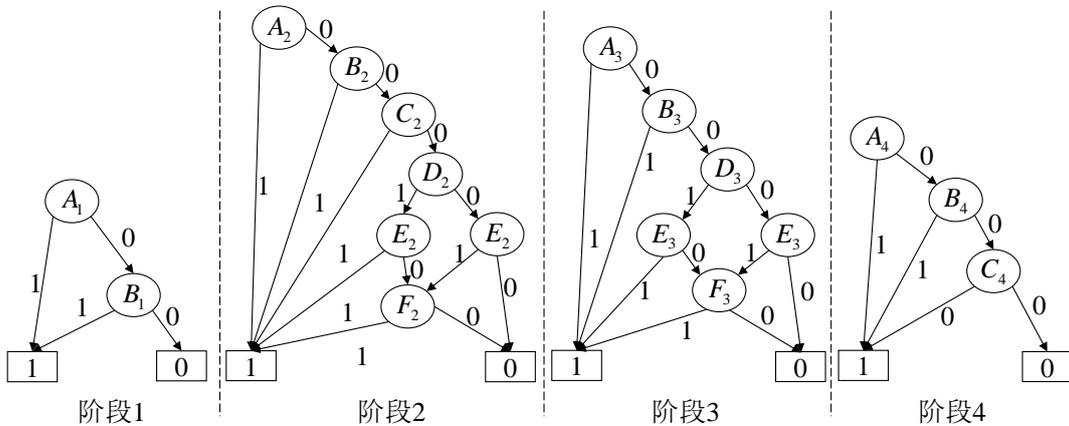


图 5-11 混合备份下航天器推进系统阶段 BDD 模型

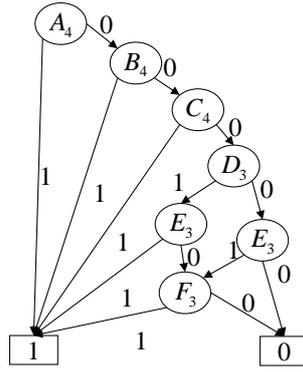


图 5-12 混合备份下航天器推进系统 BDD 模型

从图 5-12 的系统 BDD 模型中，我们可以得到该 BDD 模型一共包含三条不相交路径，为：

$$\begin{aligned}
 \eta_1 &= \bar{A}_4 \bar{B}_4 \bar{C}_4 \bar{D}_3 \bar{E}_3 \\
 \eta_2 &= \bar{A}_4 \bar{B}_4 \bar{C}_4 \bar{D}_3 E_3 \bar{F}_3 \\
 \eta_3 &= \bar{A}_4 \bar{B}_4 \bar{C}_4 D_3 \bar{E}_3 \bar{F}_3
 \end{aligned} \tag{5-17}$$

根据式(5-17)中的不相交路径，系统可靠度可计算为：

$$\begin{aligned}
 R_{sys}(T) &= R_A(T)R_B(T)R_C(T_2+T_4)R_D(T_2+T_3)R_E(T_2+T_3) \\
 &+ R_A(T)R_B(T)R_C(T_2+T_4)R_D(T_2+T_3)(1-R_E(T_2+T_3))R_F(T_2+T_3) \\
 &+ R_A(T)R_B(T)R_C(T_2+T_4)(1-R_D(T_2+T_3))R_E(T_2+T_3)R_F(T_2+T_3)
 \end{aligned} \tag{5-18}$$

其中， $R_A(t)$ 表示功能单元 A 在时刻 t 的可靠度， $T_i (i=1,2,3,4)$ 表示阶段的持续时间，并且 $T=T_1+T_2+T_3+T_4$ 。

每个功能单元中可选元件的威布尔寿命参数、费用及重量如表 5-1 所示。另外，当功能单元中存在冷备份结构时，需要监测/切换元件，其失效率为 $\lambda = 1/360 \text{ days}^{-1}$ 。

该优化问题可描述为：在系统重量 W_{\max} 与系统费用 C_{\max} 限定的情况下，选取各个功能单元的备份类型与备份单元的数目 $n_{i,j}$ ，使系统的可靠度最大。同时，由于该系统的特殊性，每个功能单元的元件数目都有特定的限制，如 2500N 大推力器在有限的空间内只能安装两台，并且要同时工作才可以满足航天器的变轨动力需求。功能单元 A、B、D、E、F 的元件数量上限分别为 4、4、7、8、9。则该系统的冗余优化模型为：

$$\begin{aligned}
 \max \quad & R_{sys} \\
 \text{s.t.} \quad & \begin{cases} W(n) < W_{\max}; & C(n) < C_{\max} \\ n_{A,3} + n_{A,4} \leq 4; & n_{B,3} + n_{B,4} \leq 4; & n_{C,3} = 0, n_{C,4} = 2; \\ n_{D,3} + n_{D,4} \leq 7; & n_{E,3} + n_{E,4} \leq 8; & n_{F,3} + n_{F,4} \leq 9; \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5-19}$$

表 5-1 航天器推进系统可选择的部件参数

功能单元	元件类型	元件参数		价格 (万元)	重量 (kG)
		α	β (/天)		
A	1	1.2	40	10	3
	2	1.4	50	12	4
	3	1.6	60	14	5
	4	1.2	70	16	6
B	1	1.3	110	7.8	4.5
	2	1.7	130	9.0	5.6
C	1	1.5	45	16	40
	2	2.1	55	24	50
D	1	1.3	36	6.4	1.2
	2	1.3	44	7.2	1.6
	3	1.3	52	8.4	2.0
E	1	1.8	60	5.6	0.9
	2	2.0	70	6.9	1.1
	3	1.6	80	7.8	1.3
F	1	1.1	45	3.0	0.7
	2	1.3	52	3.6	0.9

该冗余优化问题不是传统的非线性 0-1 规划问题。因此在这里应用 5.4.2 节中介绍的混合备份多阶段任务系统冗余优化方法对该系统进行优化。设置遗传算法的三个基本参数分别为：遗传代沟 $GGAP = 0.9$ ，交叉概率 $Crossover = 0.7$ ，变异概率 $Mutation = 0.1$ 。考虑遗传算法的随机性特点，对优化流程重复运行 10 次，取 10 次优化结果中的最优解为系统的最优解，在系统的重量限制与费用限制分别为 $C_{max} = 200$ 与 $W_{max} = 120$ 的情况下，最优的系统结构如表 5-2 所示。

表 5-2 混合备份下推进分系统优化结果

功能单元	冷备份元件	热备份元件	冷备份元件	热备份元件
	种类 $n_{1,i}$	种类 $n_{2,i}$	数量 $n_{3,i}$	数量 $n_{4,i}$
A	1	3	2	2
B	1	1	1	2
C	1	2	0	2
D	1	2	2	1
E	2	2	1	1
F	1	2	2	3

在如表 5-2 所示的系统结构下，系统在阶段 4 结束的可靠度为 $R_{mix} = 0.98554$ ，满足系统的可靠度设计要求。

5.5.2 优化结果分析

(1) 不同优化策略对比

在本文中，我们采用混合备份的功能单元结构对多阶段冗余系统进行优化，而在传统的冗余优化中，一般都只会考虑热备份或者冷备份的情况，我们应用相同的元件及相同的限制条件，对只考虑热备份与只考虑冷备份条件下的推进系统进行冗余优化，只考虑热备份与只考虑冷备份时的最优系统结构如表 5-3 与图 5-4 所示，热备份与冷备份的系统最优可靠度分别为 $R_{hot}=0.96447$ 和 $R_{cold}=0.97464$ 。三种备份策略下的多阶段任务系统可靠度随时间变化的曲线对比如图 5-13 所示。

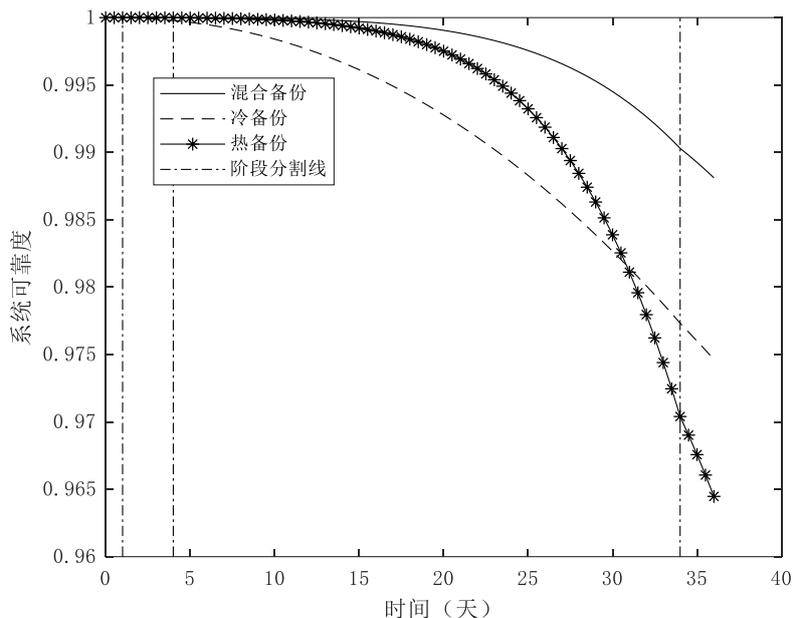


图 5-13 不同备份策略下的推进系统最优可靠度对比

表 5-3 热备份下推进分系统优化结果

功能单元	冷备份元件 种类 $n_{1,i}$	热备份元件 种类 $n_{2,i}$	冷备份元件 数量 $n_{3,i}$	热备份元件 数量 $n_{4,i}$
A	3	3	0	4
B	1	2	0	2
C	1	2	0	2
D	3	2	0	1
E	2	2	0	3
F	1	1	0	7

表 5-4 冷备份下推进分系统优化结果

功能单元	冷备份元件 种类 $n_{1,i}$	热备份元件 种类 $n_{2,i}$	冷备份元件 数量 $n_{3,i}$	热备份元件 数量 $n_{4,i}$
A	2	4	2	1
B	1	2	2	1
C	1	2	0	2
D	1	2	2	1
E	1	2	2	1
F	1	2	2	1

(2) 不同优化策略下的对比

通常来说,在对航天器推进分系统进行设计时,相对于系统的重量,其系统费用一般并不是首要考虑的目标。在单独考虑系统的重量约束时,推进分系统可靠度在不同约束条件下与不同备份策略下的随重量约束的变化分别如图 5-14 与表 5-5 所示。

表 5-5 只有重量条件约束下的不同备份策略系统最优可靠度

备份策略	$W_{\max} = 70$	$W_{\max} = 80$	$W_{\max} = 90$	$W_{\max} = 100$	$W_{\max} = 110$	$W_{\max} = 120$	$W_{\max} = 130$
混合备份	0.86260	0.93678	0.96435	0.97867	0.98768	0.99238	0.99340
热备份	0.75500	0.83202	0.90021	0.93751	0.96721	0.97258	0.97865
冷备份	0.85873	0.93939	0.96315	0.97140	0.97427	0.97489	0.97489

从表 5-5 与图 5-14 中可以看出,当系统的可靠度到达一定值之后,提高系统可靠度所需要的系统重量会急剧增加,因此在进行系统设计时,要充分考虑重量等各方面的因素,对系统进行合理的设计。

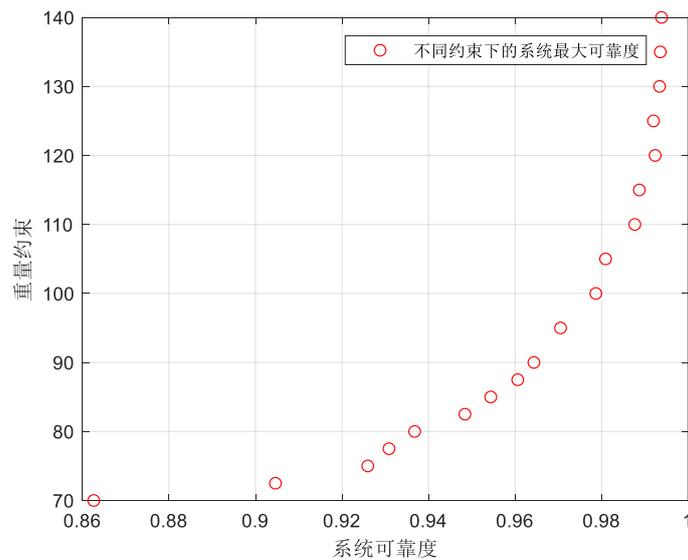


图 5-14 不同约束条件下最优的推进系统可靠度对比

(3) 开关元件的灵敏度分析

在前面的研究中,我们设定开关元件的失效率为 $\lambda = 1/360 \text{ days}^{-1}$ 。在实际工作中,开关元件用于冷备份元件的切换,开关元件的失效将导致冷备份元件无法正常启用,其可靠度对系统存在一定的影响。在本节中,为了研究开关元件可靠度对最优的系统可靠度的影响,设定开关元件失效率为 $\lambda \sim U(1/360, 1/120) \text{ days}^{-1}$, 通过计算,不同开关元件可靠度及不同备份策略下的最优系统可靠度如图 5-15 所示。

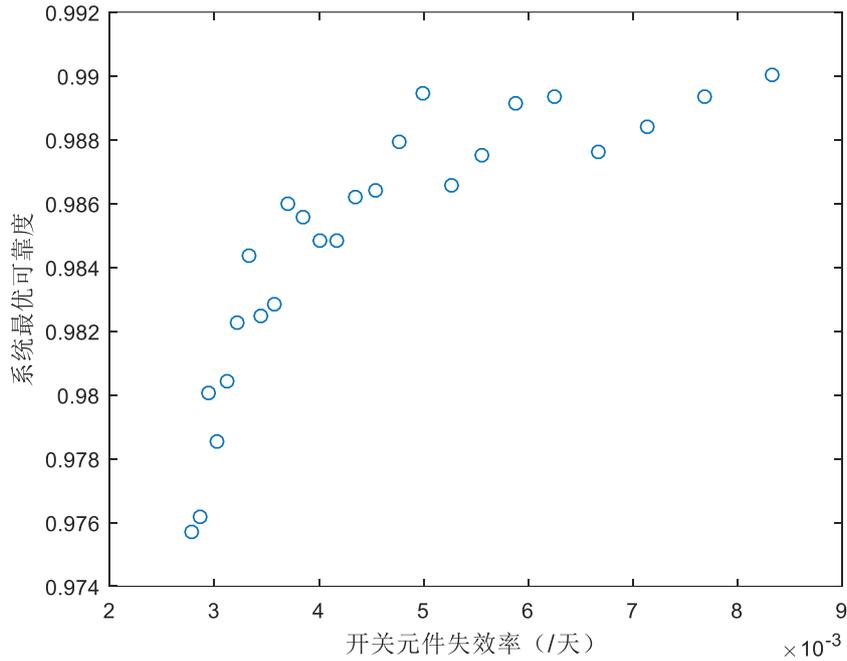


图 5-15 不同开关元件失效率下的最优的推进系统可靠度

从图 5-15 中可以看出，开关元件的可靠度对整个系统的最优可靠度存在着一定的影响，在同样的条件下，应用较高的开关元件可靠度可以提高系统的最优可靠度。

5.6 本章小结

本章在前面章节研究的 PMS 建模方法的基础上，研究了混合备份下的多阶段任务系统可靠性冗余优化问题。在本章的研究中，首先我们利用模块化算法与 PMS-BDD 模型对混合备份下的多阶段任务系统进行可靠性建模，针对不同结构的功能单元（模块）应用不同的方法对其模块可靠度进行计算。在此基础之上，以系统可靠度为优化目标，通过改进的遗传算法（精英策略）对系统中的所有功能单元进行统一优化，得到最优的系统结构，包含每个功能单元中热备份与冷备份元件的类型与数量。通过算例分析，可以发现：1）在相同的限制条件下，混合备份下的最优系统可靠度要优于只考虑热备份或者只考虑冷备份的系统可靠度。2）系统的可靠度在到达一定值后，提高系统可靠度所带来的系统重量或者费用的增加将会十分巨大，在进行设计时要充分地考虑这些因素的影响。

第六章 总结与展望

6.1 全文总结

近年我国航天事业有了长足的发展,不断发射了载人航天飞船、各类型号卫星以及空间站等航天器,但是航天器的可靠性问题也成为了制约我国航天事业进一步发展的一大瓶颈,而绝大多数的航天设备在全寿命周期内都是多阶段任务系统,因此,本文针对航天系统的多阶段特性,对多阶段任务系统可靠性建模与优化方法进行研究。

在目前已有的动态 PMS 研究分析中,绝大多数的研究都假设元件服从指数分布,而这一假设并不符合大多数的工程实际情况,针对这一问题,本文以航天多阶段任务系统为主要研究对象,围绕非指数分布动态 PMS 这一主题,对非指数分布动态 PMS 可靠性建模与优化方法进行了研究,主要的研究成果与内容如下:

(1) 有限维修下的复杂多阶段任务系统可靠性建模方法。

提出基于半马尔科夫过程的复杂多阶段任务系统可靠性建模方法。针对多阶段复杂航天任务系统中存在有限维修、冷备份系统以及非指数元件的问题,提出结合应用模块化方法与半马尔科夫过程进行系统可靠性建模。通过半马尔科夫过程及数值计算方法,构建了非指数分布动态系统可靠性建模方法,并通过与蒙特卡洛方法进行对比来说明该方法的正确性与计算效率。最后,以某型国产卫星的姿轨控系统为算例,对有限维修下的复杂多阶段任务系统可靠性建模方法进行说明。

(2) 考虑随机冲击的多阶段任务系统可靠性建模方法

提出基于 Markov 更新过程的随机冲击影响下的多阶段任务系统可靠性建模方法。考虑多阶段复杂航天任务长期工作于环境恶劣的外太空,系统中的电子元器件在工作时容易受到宇宙射线所携带的高能带电粒子、重粒子等随机冲击的影响,从而对系统的可靠性造成严重影响。系统性地研究了不同冲击作用下的元件失效分布,包括总剂量效应下的累积冲击失效模型以及单粒子效应下的极限冲击失效模型,通过将元件的冲击影响下的失效分布引入系统的 Markov 更新过程模型,建立随机冲击影响下的系统可靠性模型。在此基础上,结合模块化方法与 PMS-BDD 方法,对随机冲击影响下的 PMS 进行建模分析,并对随机冲击影响的参数进行灵敏度分析。

(3) 多态多阶段任务系统建模与评估方法

考虑航天多阶段任务系统中,元件在多个工作阶段中存在多个工作效率并且不可修的特性,在传统的 MMDD 模型基础上,提出多态元件的阶段代数,并将

MMDD 基本逻辑运算规则改进为适应 PMS 的 MMDD 阶段依赖性算法, 形成多态多阶段任务系统的 PMS-MMDD 模型。与传统的 PMS-BDD 模型相比, PMS-MMDD 模型可以用更少的系统节点完成建模分析, 占用系统内存更小, 计算效率更高。与传统的 MMDD 模型相比, PMS-MMDD 模型在建模过程中就将元件不可修所带来的第二类相关性考虑进去, 不需要在得到不交和路径之后再删除不适用的路径, 建模效率更高。考虑多态元件的转移时间服从非指数分布, 提出基于 Markov 更新过程的多态不相交路径计算方法, 综合考虑多态阶段的特性, 并利用迭代数值计算方法, 实现非指数多态元件组成的不交和路径的计算, 最终实现对多态多阶段任务系统的可靠性建模与评估。

(4) 混合备份下的多阶段任务系统冗余优化方法

提出了基于遗传算法的混合备份 PMS 优化算法。针对目前 PMS 冗余优化只会单独考虑热备份或冷备份这一缺陷, 将混合备份策略应用于 PMS 的冗余优化分析中。应用模块化方法及 SMP 模型, 对混合备份下的 PMS 可靠性进行计算分析, 在此基础上, 应用改进的遗传算法(精英策略)对 PMS 的元件类型、备份策略以及备份数量等进行综合优化分析, 实现对混合备份下的 PMS 冗余优化。

6.2 后续工作展望

本文在航天多阶段任务系统可靠性建模与优化方面进行了初步的研究。随着航天设备及航天任务朝着大型化与复杂化方向发展, 复杂航天多阶段任务系统的可靠性建模与优化也会更加复杂。在本论文的研究基础上, 我们将继续对复杂多阶段任务系统可靠性建模问题沿着以下四个方向开展进一步研究:

(1) 存在相关性的多阶段任务系统可靠性建模方法研究。目前对于 PMS 的研究主要集中于静态 PMS 或者动态 PMS 的建模方法的研究, 对系统中元件存在失效相关的研究比较少, 例如失效传递, 部分元件的失效导致其他正常工作元件的退化或者失效, 可以考虑采用 Copula 函数、贝叶斯网络等方法对存在相关性的 PMS 进行建模分析。

(2) 更加复杂的 PMS 的建模分析方法。本文中研究的 PMS 存在阶段顺序确定且持续时间为固定值, 但是在实际工程中可能会存在阶段顺序不确定, 且当阶段结束时的系统状态会决定系统下一时间进入的阶段, 以及系统的阶段结束由随机事件来触发导致阶段持续时间也为随机变量等复杂情况。这一类的复杂系统超出了目前大部分的 PMS 文献的研究范畴, 可以考虑利用 Petri 网这样具有强大仿真能力的方法来进行分析。

(3) 参数不确定下的复杂多阶段任务系统可靠性建模方法研究。在本文的

PMS 建模方法研究中，所有的参数（元件参数、冲击影响参数等）都是固定值，而在工程应用参数估计会存在不确定性，如何在 PMS 建模中考虑参数不确定性，对系统可靠性进行建模与评估，是下一步的一个重点研究方向，可以考虑应用区间变量、模糊数等方法进行研究。

（4）新型多阶段任务系统可靠性建模及评估算法的工程应用及软件实现。随着航天系统朝着大型化、智能化方向发展，航天 PMS 阶段越来越多，系统状态也越来越复杂，而在本文中，我们所分析的 PMS 阶段划分相对较为简单，因此如何对大型、多阶段的 PMS 进行高效分析，并且在此基础上研究该方法的软件实现，这也是亟待研究的一个问题。

致 谢

光阴似箭，日月如梭，四年半的博士求学生涯就要结束了。在这段充满奋斗和拼搏的日子里，有等待论文审稿的煎熬，也有论文发表时的喜悦，在博士毕业论文完成之际，心情无比的激动，在此要衷心感谢我的导师和亲友们，你们的帮助与鼓励支持我坚定地走到现在。

我要非常非常感谢我的导师黄洪钟教授，能成为您的学生，在博士四年半中接受您的悉心指导和无微不至的关心是学生这一生最大的幸运。在学术上，博士学习的四年半期间所取得的每一点成绩都离不开导师的指导、鼓励和鞭策，每一次的期刊论文发表，每一次的项目结题，一直到博士毕业论文，无不凝聚着黄老师的心血。在生活 and 做人做事上，黄老师也给予我无数的关心、鼓励和指导，这让我在以后的工作生活中都将受益无穷。非常感谢黄老师多年来对我的鼓励和信任，支持我去巴黎中央理工学院联合培养，让我极大程度上拓宽了视野。黄老师以他渊博的学识、严谨的科研态度、精益求精的科研精神给予我潜移默化的影响，让我不断地成长，在此博士学业即将完成走向人生下一个阶段的时候，我再一次向恩师黄洪钟教授致以我最崇高的敬意和衷心的感谢！

感谢公派联合培养期间的外方导师 Enrico Zio 教授，在我赴巴黎学习的两年期间，不断地给予指导和修改期刊论文，直至论文被接收。同时我也要感谢我的硕士阶段的导师刘宇教授，在我两年硕士学习阶段给予了悉心的指导和无微不至的关怀。对两位老师致以衷心的感谢！

感谢电子科技大学系统可靠性与安全性研究中心的汪忠来老师、朱顺鹏老师、许焕卫老师、李彦锋老师和彭卫文老师等，老师们的关心和帮助让我快速地成长。感谢研究中心的付国忠、殷毅超、张小强、郑波、郭骏宇、周杰、李贺等同学，感谢他们一路来的陪伴与帮助！

感谢巴黎中央理工学院求学期间的的 Hichem、Tasneem、刘杰、曾志国、方一平、刘星、范梦飞、邢金朵等同学，感谢他们在我异乡求学期间的陪伴与帮助。

衷心感谢各位参与论文评审与答辩的专家。

最后，感谢我的亲友们对我的支持。感谢我的女朋友，有你的人生路将更加精彩。感谢父母的养育之恩，父母在我外出求学的十年期间给予我无微不至的关怀和不断的支持，是你们的鼓励让我有勇气一路走下来。

参考文献

- [1] 董玉革. 机械模糊可靠性设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000
- [2] 曾声奎, 赵廷弟, 张建国, 等. 系统可靠性设计分析教程[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2004
- [3] W. G. Ireson, C. F. Coombs, R. Y. Moss. Handbook of Reliability Engineering and Management [M]. New York: Mcgraw-Hill Press, 1996
- [4] J. D. Esary, H. Ziehms. Reliability analysis of phased missions[C]. Proceedings of Conference Reliability and Fault Tree Analysis, California, 1975, 213-236
- [5] G. R. Burdick, J. B. Fussell, M. D. Rasmuson, et al. Phased mission analysis: a review of new developments and an application[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1977, 26(1): 43-49
- [6] L. Xing, J. B. Dugan. Analysis of generalized phased-mission system reliability, performance, and sensitivity[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2002, 51(2): 199-211
- [7] 国务院. 国务院关于印发《“十三五”国家战略性新兴产业发展规划》的通知[EB/OL]. http://www.gov.cn/zhengce/content/2016-12/19/content_5150090.htm
- [8] L. Xing, S. V. Amari. Reliability of phased-mission systems in Handbook of Performability Engineering[M]. Springer, London, 2008: 349-368
- [9] L. Xing. Reliability evaluation of phased-mission systems with imperfect fault coverage and common-cause failures[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2007, 56(1): 58-68
- [10] L. Xing, G. Levitin. BDD-based reliability evaluation of phased-mission systems with internal/external common-cause failures[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2013, 112: 145-153
- [11] Z. Tang, J. B. Dugan. BDD-based reliability analysis of phased-mission systems with multimode failures[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006, 55(2): 350-360
- [12] G. Levitin, L. Xing, S. V. Amari, et al. Reliability of nonrepairable phased-mission systems with common cause failures[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2013, 43(4): 967-978
- [13] X. Wu, X. Y. Wu. Extended object-oriented Petri net model for mission reliability simulation of repairable PMS with common cause failures[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 136: 109-119
- [14] 陈光宇. 不完全覆盖多阶段任务系统的静态和动态故障树综合研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2002

- [15] L. Xing, J. B. Dugan. Generalized imperfect coverage phased-mission analysis[C]. Reliability and Maintainability Symposium Proceedings, Seattle, 2002: 112-119
- [16] J. A. Thomas, Y. Fainman. Optimal cascade operation of optical phased-array beam deflectors[J]. Applied Optics, 1998, 37(26): 6196-6212
- [17] A. Shrestha, L. Xing, Y. Dai. Reliability analysis of multistate phased-mission systems with unordered and ordered states[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2011, 41(4): 625-636
- [18] A. Shrestha, L. Xing L, Y. Dai. Reliability analysis of multi-state phased-mission systems[C]. Reliability and Maintainability Symposium, Fort Worth, USA, 2009: 151-156
- [19] G. Levitin G, S. V. Amari, L. Xing. Algorithm for reliability evaluation of nonrepairable phased-mission systems consisting of gradually deteriorating multistate elements[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2013, 43(1): 63-73
- [20] G. Levitin, M. Finkelstein, Y. Dai. Redundancy optimization for series-parallel phased mission systems exposed to random shocks[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 167: 554-560
- [21] R. Mohammad, A. Kalam, S. V. Amari. Reliability evaluation of phased-mission systems with load-sharing components[C]. Reliability and Maintainability Symposium (RAMS2012), Proceedings-Annual, Reno, Nevada, IEEE, 2012: 1-6
- [22] R. Mohammad, A. Kalam, S. V. Amari. Reliability of phased mission systems with warm standby subsystems[C]. Reliability and Maintainability Symposium (RAMS2013), Proceedings-Annual, Orlando, Florida, USA, 2012: 1-5
- [23] X. Zang, N. Sun, Trivedi K S. A BDD-based algorithm for reliability analysis of phased-mission systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 48(1): 50-60
- [24] 莫毓昌. 高可靠实时多阶段系统可靠性分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008
- [25] Y. Mo, L. Xing, S. V. Amari. A multiple-valued decision diagram based method for efficient reliability analysis of non-repairable phased-mission systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63(1): 320-330
- [26] Y. Mo, L. Xing, J. B. Dugan. MDD-based method for efficient analysis on phased-mission systems with multimode failures[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2014, 44(6): 757-769
- [27] R. Peng, Q. Zhai, L. Xing, et al. Reliability of demand-based phased-mission systems subject to fault level coverage[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 121: 18-25

- [28] L. Xing, Y. S. Dai. A new decision-diagram-based method for efficient analysis on multistate systems[J]. *IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing*, 2009, 6(3): 161-174
- [29] M. J. Lu, X. Y. Wu. Reliability evaluation of generalized phased-mission systems with repairable components[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, 121: 136-145
- [30] M. J. Lu, X. Y. Wu, Y. Liu, et al. Reliability analysis of large phased-mission systems with repairable components based on success-state sampling[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, 142: 123-133
- [31] P. Zhu, J. Han, L. Liu, et al. Reliability evaluation of phased-mission systems using stochastic computation[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2016, 65(3): 1612-1623
- [32] F. A. Tillman, C. H. Lie, C. L. Hwang. Simulation model of mission effectiveness for military systems[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1978, 27(3): 191-194
- [33] E. Zio, M. Librizzi. Direct Monte Carlo simulation for the reliability assessment of a space propulsion system phased mission (PSAM-0067)[C]. *Proceedings of the Eighth International Conference on Probabilistic Safety Assessment & Management (PSAM)*. ASME Press, 2006
- [34] E. Zio. *The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis*[M]. London: Springer, 2013
- [35] 许双伟, 武小悦. 高可靠多阶段任务系统可靠性仿真的高效方法[J]. *装备学院学报*, 2012, 23(3): 69-74
- [36] X. Yang, X. Wu. Mission reliability assessment of space TT&C system by discrete event system simulation[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2014, 30(8): 1263-1273
- [37] 苏续军, 吕学志. 基于离散事件仿真的多状态多阶段任务系统可靠性分析[J]. *兵工学报*, 2017, 38(4): 776-784
- [38] I. Mural, A. Bondavalli, X. Zang, et al. Dependability modeling and evaluation of phased mission systems: a DSPN approach[C]. *Dependable Computing for Critical Applications 7*, San Jose, USA, 1999: 319-337
- [39] I. Mura, A. Bondavalli. Markov regenerative stochastic Petri nets to model and evaluate phased mission systems dependability[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2001 (12): 1337-1351
- [40] A. Bondavalli, S. Chiaradonna, F. D. Giandomenico, et al. Dependability modeling and evaluation of multiple-phased systems using DEEM[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2004, 53(4): 509-522
- [41] S. P. Chew, S. J. Dunnett, J. D. Andrews. Phased mission modelling of systems with maintenance-free operating periods using simulated Petri nets[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, 93(7): 980-994

- [42] X. Yang, X. Wu, X. Wu. Automated generation of mission reliability simulation model for space tracking, telemetry and control system by extensible markup language and extended object-oriented Petri net[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2014, 228(4): 397-408
- [43] 周行. 多阶段任务系统可靠性建模与应用研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2016
- [44] R. A. La Band, J. D. Andrews. Phased mission modelling using fault tree analysis[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 2004, 218(2): 83-91
- [45] J. B. Dugan, S. J. Bavuso, M. A. Boyd. Dynamic fault-tree models for fault-tolerant computer systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1992, 41(3): 363-377
- [46] A. K. Somani, K. S. Trivedi. Phased-mission System Analysis Using Boolean Algebraic Methods[M]. New York: ACM, 1994
- [47] S. Distefano, A. Puliafito. Reliability and availability analysis of dependent-dynamic systems with DRBDs[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(9): 1381-1393
- [48] C. Wang, L. Xing, G. Levitin. Probabilistic common cause failures in phased-mission systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 144: 53-60
- [49] R. Remenyte-Priscott, J. D. Andrews, P. W. H. Chung. An efficient phased mission reliability analysis for autonomous vehicles[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2010, 95(3): 226-235
- [50] 朱海鹏. 基于 BDD 的多阶段任务系统可靠性建模分析[D]. 成都: 电子科技大学, 2010
- [51] 陈光宇, 张小民, 唐小我. 基于分离 BDD 的通用多阶段任务系统可靠性分析[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(5): 1240-1246
- [52] 古莹奎, 张全新, 梁玲强, 等. 基于 BDD 考虑共因失效的多阶段任务系统可靠性分析方法[J]. 机械设计与研究, 2017, (2): 1-5
- [53] C. A. Clarotti, S. Contini, R. Somma. Repairable multiphase systems-markov and fault-tree approaches for reliability evaluation, Synthesis and Analysis Methods for Safety and Reliability Studies [M]. Boston: Springer, 1980: 45-58
- [54] M. Alam, U. M. Al-Saggaf. Quantitative reliability evaluation of repairable phased-mission systems using Markov approach [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1986, 35(5): 498-503
- [55] M. Smotherman, K. Zemoudeh. A non-homogeneous Markov model for phased-mission reliability analysis[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1989, 38(5): 585-590
- [56] M. K. Smotherman, R. M. Geist. Phased mission effectiveness using a nonhomogeneous Markov reward model[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1990, 27(2): 241-255

- [57] J. B. Dugan. Automated analysis of phased-mission reliability[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1991, 40(1): 45-52
- [58] K. Kim, K. S. Park. Phased-mission system reliability under Markov environment[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1994, 43(2): 301-309
- [59] A. K. Somani, J. A. Ritcey, S. H. L. Au. Computationally-efficient phased-mission reliability analysis for systems with variable configurations[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1992, 41(4): 504-511.
- [60] C. Wang, L. Xing, R. Peng, et al. Competing failure analysis in phased-mission systems with multiple functional dependence groups[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 164: 24-33
- [61] X. Wu, H. Yan, L. Li. Numerical method for reliability analysis of phased-mission system using Markov chains[J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2012, 41(21): 3960-3973
- [62] I. Mura, A. Bondavalli. Markov regenerative stochastic Petri nets to model and evaluate phased mission systems dependability[J]. IEEE Transactions on Computers, 2001 (12): 1337-1351
- [63] Y. Mo, D. Siewiorek, X. Yang. Mission reliability analysis of fault-tolerant multiple-phased systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(7): 1036-1046
- [64] X. Wu, J. Hillston. Mission reliability of semi-Markov systems under generalized operational time requirements[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 140: 122-129
- [65] 刘东, 张春元, 邢维艳, 等. 基于贝叶斯网络的多阶段系统可靠性分析模型[J]. 计算机学报, 2008, 31(10): 1814-1825
- [66] I. Mura, A. Bondavalli. Hierarchical modeling and evaluation of phased-mission systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 48(4): 360-368
- [67] Y. Ou, J. B. Dugan. Modular solution of dynamic multi-phase systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2004, 53(4): 499-508
- [68] L. Xing, L. Meshkat, S. K. Donohue. Reliability analysis of hierarchical computer-based systems subject to common-cause failures[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(3): 351-359
- [69] D. Wang, K. S. Trivedi. Reliability analysis of phased-mission system with independent component repairs[J]. IEEE Transactions on reliability, 2007, 56(3): 540-551
- [70] J. F. Castet, J. H. Saleh. Satellite reliability: statistical data analysis and modeling[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2009, 46(5): 1065-1076
- [71] H. A. Watson. Launch control safety study. Technical report, Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey, 1961

- [72] Tanaka, L. T. Fan, F. S. Lai, et al. Fault-tree analysis by fuzzy probability[J]. IEEE Transactions on reliability, 1983, 32(5): 453-457
- [73] M. H. Shu, C. H. Cheng, J. R. Chang. Using intuitionistic fuzzy sets for fault-tree analysis on printed circuit board assembly[J]. Microelectronics Reliability, 2006, 46(12): 2139-2148
- [74] 李彦锋. 复杂系统动态故障树分析的新方法及其应用研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2013
- [75] A. K. Somani, K. S. Trivedi. Phased-mission System Analysis Using Boolean Algebraic Methods[M]. ACM, 1994
- [76] Y. Ma, K. S. Trivedi. An algorithm for reliability analysis of phased-mission systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1999, 66(2): 157-170
- [77] S. B. Akers. Binary decision diagrams[J]. IEEE Transactions on Computers, 1978, (6): 509-516
- [78] W. G. Schneeweiss. Fault-tree analysis using a binary decision tree[J]. IEEE transactions on Reliability, 1985, 34(5): 453-457
- [79] L. Xing, J. B. Dugan. A separable ternary decision diagram based analysis of generalized phased-mission reliability[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2004, 53(2): 174-184
- [80] R. E. Bryant. Symbolic Boolean manipulation with ordered binary-decision diagrams[J]. ACM Computing Surveys, 1992, 24(3): 293-318
- [81] S. J. Friedman, K. J. Supowit. Finding the optimal variable ordering for binary decision diagrams[C]. Proceedings of the 24th ACM/IEEE Design Automation Conference, Miami, 1987: 348-356
- [82] Y. Mo. New insights into the BDD-based reliability analysis of phased-mission systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(4): 667-678
- [83] Y. Mo. Variable ordering to improve BDD analysis of phased-mission systems with multimode failures [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(1): 53-57
- [84] M. A. Boyd. Converting fault trees to Markov chains for reliability prediction[D]. Durham: Duke University, 1986
- [85] 张华, 宗益燕, 韦锡峰, 等. 地球同步轨道卫星多阶段任务可靠性建模[J]. 航天器环境工程, 2016, 33(4): 439-445
- [86] R. D. Lorenz. Martian surface wind speeds described by the Weibull distribution[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1996, 33(5): 754-756
- [87] J. F. Castet, J. H. Saleh. Beyond reliability, multi-state failure analysis of satellite subsystems: a statistical approach[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2010, 95(4): 311-322
- [88] S. Y. Kim, J. F. Castet, J. H. Saleh. Spacecraft electrical power subsystem: Failure behavior, reliability, and multi-state failure analyses[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2012, 98(1): 55-65

- [89] P. Levy. Process Semi-markoviens[C]. Proceeding of International Conference of Mathematics, Amsterdam, 1954, 416-426
- [90] W. L. Smith. Regenerative stochastic processes[J]. Proceedings of the Royal Society of London A, 1955, 232(1188): 6-31
- [91] S. R. Lerman. The use of disaggregate choice models in semi-Markov process models of trip chaining behavior[J]. Transportation Science, 1979, 13(4): 273-291
- [92] G. Ciardo, R. A. Marie, B. Sericola, et al. Performability analysis using semi-Markov reward processes[J]. IEEE transactions on Computers, 1990, (10): 1251-1264
- [93] G. Ciardo, R. A. Marie, B. Sericola, et al. Performability analysis using semi-Markov reward processes[J]. IEEE transactions on Computers, 1990, (10): 1251-1264
- [94] M. Perman, A. Senegacnik, M. Tuma. Semi-Markov models with an application to power-plant reliability analysis[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1997, 46(4): 526-532
- [95] S. Distefano, K. S. Trivedi. Non-Markovian State-Space Models in Dependability Evaluation[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2013, 29(2): 225-239
- [96] A. Lisnianski, G. Levitin. Multi-state system reliability: assessment, optimization and applications[M]. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2003
- [97] P. J. Davis, Rabinowitz P. Methods of Numerical Integration[M]. Oxford: Courier Corporation, 2007
- [98] 周宇杰. 基于双模冗余的立方星高可靠星载计算机设计[D]. 南京: 南京理工大学, 2016
- [99] 党炜. COTS 应用于空间辐射环境的可靠性研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院 (空间科学与应用研究中心), 2007
- [100] 黄本诚, 马有礼. 航天器空间环境试验技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002
- [101] J. D. Esary, A. W. Marshall. Shock models and wear processes[J]. The Annals of Probability, 1973: 627-649
- [102] G. Becker, L. Camarinopoulos, D. Kabranis. Dynamic reliability under random shocks[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2002, 77(3): 239-251
- [103] J. Chen, Z. Li. An extended extreme shock maintenance model for a deteriorating system[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(8): 1123-1129
- [104] Z. S. Ye, L. C. Tang, H. Y. Xu. A distribution-based systems reliability model under extreme shocks and natural degradation[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2011, 60(1): 246-256
- [105] J. H. Cha, M. Finkelstein. On new classes of extreme shock models and some generalizations[J]. Journal of Applied Probability, 2011, 48(1): 258-270
- [106] T. Nakagawa. Shock and Damage Models in Reliability Theory[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2007

- [107] J. L. Chaboche, P. M. Lesne. A non-linear continuous fatigue damage model[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1988, 11(1): 1-17
- [108] Z. Li, P. Zhao. Reliability analysis on the Delta-shock model of complex systems[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2007, 56(2): 340-348
- [109] Y. Lam. A geometric process Delta-shock maintenance model[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, 58(2): 389-396
- [110] W. Li, H. Pham. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2005, 54(2): 297-303
- [111] Y. Liu, H. Z. Huang, H. Pham. Reliability evaluation of systems with degradation and random shocks. *Proceedings of 2008 Annual Symposium on Reliability and Maintainability*, 2008, 328-333
- [112] Y. H. Lin, Y. F. Li, E. Zio. Integrating random shocks into multi-state physics models of degradation processes for component reliability assessment[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2015, 64(1): 154-166
- [113] Y. H. Lin, Y. F. Li, E. Zio. Reliability assessment of systems subject to dependent degradation processes and random shocks[J]. *IIE transactions*, 2016, 48(11): 1072-1085
- [114] D. Logothetis, K. S. Trivedi, A. Puliafito. Markov regenerative models[C]. *Proceedings of 1995 IEEE International Computer Performance and Dependability Symposium*, Erlangen, Germany, 1995, 134-142
- [115] M. Telek, A. Pfening. Performance analysis of Markov regenerative reward models[J]. *Performance Evaluation*, 1996, 27: 1-18
- [116] 沈吉锋, 张永志, 宋朝河, 等. 基于马尔科夫更新过程的侦察系统可靠性分析[J]. *兵工自动化*, 2010, 29(3): 7-9
- [117] 李春洋. 基于多态系统理论的可靠性分析与优化设计方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010
- [118] D. Elmakias. *New computational methods in power system reliability*[M]. London: Springer Science & Business Media, 2008
- [119] 刘宇. 多状态复杂系统可靠性建模及维修决策[D]. 成都: 电子科技大学, 2010
- [120] R. E. Barlow, A. S. Wu. Coherent systems with multi-state components[J]. *Mathematics of Operations Research*, 1978, 3(4): 275-281
- [121] E. El-Newehi, F. Proschan, J. Sethuraman. Multistate coherent systems[J]. *Journal of Applied Probability*, 1978, 15(4): 675-688
- [122] H. X. Zhi. Fault tree analysis method of a system having components of multiple failure modes[J]. *Microelectronics Reliability*, 1983, 23(2): 325-328

- [123] X. Zang, D. Wang, H. Sun, et al. A BDD-based algorithm for analysis of multistate systems with multistate components[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2003, 52(12): 1608-1618
- [124] A. Shrestha, L. Xing, Y. Dai. Decision diagram based methods and complexity analysis for multi-state systems[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2010, 59(1): 145-161
- [125] A. Shrestha, L. Xing, D. W. Coit. An efficient multistate multivalued decision diagram-based approach for multistate system sensitivity analysis[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2010, 59(3): 581-592
- [126] J. Xue, K. Yang. Dynamic reliability analysis of coherent multistate systems[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1995, 44(4): 683-688
- [127] O. Chryssaphinou, N. Limnios, S. Malefaki. Multi-state reliability systems under discrete time semi-Markovian hypothesis[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2011, 60(1): 80-87.
- [128] G. Levitin, A. Lisnianski. *Multi-state system reliability*[M]. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2003
- [129] J. E. Ramirez-Marquez, D. W. Coit. A Monte-Carlo simulation approach for approximating multi-state two-terminal reliability[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2005, 87(2): 253-264
- [130] M. Nourelfath, Y. Dutuit. A combined approach to solve the redundancy optimization problem for multi-state systems under repair policies[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, 86(3): 205-213
- [131] G. Levitin, A. Lisnianski, H. Ben-Haim, et al. Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1998, 47(2): 165-172
- [132] A. Lisnianski, I. Frenkel, Y. Ding. *Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers*[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2010
- [133] Y. F. Li, R. Peng. Availability modeling and optimization of dynamic multi-state series-parallel systems with random reconfiguration[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, 127: 47-57
- [134] G. Levitin, L. Xing, Y. Dai. Optimizing Dynamic Performance of Multistate Systems With Heterogeneous 1-Out-of-N Warm Standby Components[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(6): 920-929
- [135] G. Levitin G, A. Lisnianski. Joint redundancy and maintenance optimization for multistate series-parallel systems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 1999, 64(1): 33-42
- [136] Y. Liu, H. Z. Huang. Optimal replacement policy for multi-state system under imperfect maintenance[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2010, 59(3): 483-495

- [137] Y. Liu, H. Z. Huang. Optimal selective maintenance strategy for multi-state systems under imperfect maintenance[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2010, 59(2): 356-367
- [138] Y. Liu, Y. Chen, T. Jiang. On sequence planning for selective maintenance of multi-state systems under stochastic maintenance durations[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 268(1): 113-127
- [139] J. H. Saleh, J. F. Castet. *Spacecraft reliability and multi-state failures: a statistical approach*[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011
- [140] 刘玉宝. 基于智能优化算法的系统可靠性优化问题研究[D]. 长春: 吉林大学, 2017
- [141] S. K. Banerjee, K. Rajamani, S. S. Deshpande. Optimal redundancy allocation for non series-parallel networks[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1976, 25(2): 115-118
- [142] D. W. Coit, A. E. Smith. Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1996, 45(2): 254-260
- [143] R. Tavakkoli-Moghaddam, J. Safari, F. Sassani. Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, 93(4): 550-556
- [144] R. K. Gupta, A. K. Bhunia, D. Roy. A GA based penalty function technique for solving constrained redundancy allocation problem of series system with interval valued reliability of components[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2009, 232(2): 275-284
- [145] H. Kim, P. Kim. Reliability–redundancy allocation problem considering optimal redundancy strategy using parallel genetic algorithm[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, 159: 153-160
- [146] 张小虎. 考虑载荷动态分配机制的多状态系统可靠性建模及优化[D]. 成都: 电子科技大学, 2014
- [147] H. Garg, S. P. Sharma. Multi-objective reliability-redundancy allocation problem using particle swarm optimization[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 64(1): 247-255
- [148] K. Khalili-Damghani, A. R. Abtahi, M. Tavana. A new multi-objective particle swarm optimization method for solving reliability redundancy allocation problems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2013, 111: 58-75
- [149] Y. C. Hsieh, P. S. You. An effective immune based two-phase approach for the optimal reliability–redundancy allocation problem[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 218(4): 1297-1307
- [150] M. Dorigo, T. Stützle. *The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications, and advances in Handbook of metaheuristics*[M]. Boston: Springer, 2003

- [151] Y. C. Liang, A. E. Smith. An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP)[J]. IEEE Transactions on reliability, 2004, 53(3): 417-423
- [152] S. Kulturel-Konak, A. E. Smith, D. W. Coit. Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search[J]. IIE transactions, 2003, 35(6): 515-526
- [153] Y. Dai, G. Levitin, L. Xing. Structure optimization of nonrepairable phased mission systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2014, 44(1): 121-129
- [154] R. Peng, Q. Zhai, L. Xing, et al. Reliability analysis and optimal structure of series-parallel phased-mission systems subject to fault-level coverage[J]. IIE Transactions, 2016, 48(8): 736-746
- [155] 胡涛, 俞建. $n/k(G)$ 表决冗余多阶段任务系统可靠性优化模型[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(1): 217-220
- [156] 俞建, 胡涛, 杨建军, 等. 多阶段任务系统可靠性并联冗余优化模型[J]. 火力与指挥控制, 2012, 37(1): 159-163
- [157] 周文明, 李福秋, 李孝鹏, 等. 航天复杂多阶段任务系统可靠性指标分配综合权衡优化方法[J]. 质量与可靠性, 2017(5): 13-17
- [158] J. H. Holland. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials[J]. SIAM Journal on Computing, 1973, 2(2): 88-105
- [159] D. E. Goldberg, J. H. Holland. Genetic algorithms and machine learning[J]. Machine Learning, 1988, 3(2): 95-99
- [160] 雷英杰, 张善文, 李续武, 等. Matlab 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000
- [161] M. Gen, Y. S. Yun. Soft computing approach for reliability optimization: State-of-the-art survey[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2006, 91(9): 1008-1026

附录

附录 A: 式(4-5)与式(4-6)中的 MMDD 阶段依赖性规则证明

假设多状态元件 A 有 m 个工作状态, 在阶段 i 与阶段 j 都工作, 则元件 A 在阶段 i 与阶段 j 的 MMDD 表达式分别为:

$$\begin{aligned} E_i &= \text{case}\left(A_i, (E_i)_{A_{i,m}}, \dots, (E_i)_{A_{i,1}}\right) = \text{case}\left(A_i, G_m, \dots, G_1\right) \\ E_j &= \text{case}\left(A_j, (E_j)_{A_{j,m}}, \dots, (E_j)_{A_{j,1}}\right) = \text{case}\left(A_j, H_m, \dots, H_1\right) \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

(1) 式(4-5)的证明

式(4-5)表示向前依赖性规则时的 MMDD 多阶段变量计算规则, 排序规则与阶段排序规则相同, 即 $A_i < A_j$, 根据 MMDD 的基本逻辑计算规则, 可得:

$$\begin{aligned} &\text{case}\left(A_i, G_m, \dots, G_1\right) \diamond \text{case}\left(A_j, H_m, \dots, H_1\right) \\ &= \text{case}\left(A_i, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,m}=1}, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,m-1}=1}, \dots, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,2}=1}, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,1}=1}\right) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

其中, $A_{i,m}=1$ 表示元件在阶段 i 中处于状态 m 。

根据不可修多态 PMS 的特性, 如果元件 A 在阶段 i 中处于任意状态 $x, 1 \leq x \leq m$, 则在阶段 j 中的状态一定小于等于 x , 因此可得:

$$\begin{aligned} A_{i,m}=1 &\rightarrow A_{j,m}=A_{j,m}, A_{j,m-1}=A_{j,m-1}, \dots, A_{j,1}=A_{j,1} \\ A_{i,m-1}=1 &\rightarrow A_{j,m}=0, A_{j,m-1}=A_{j,m-1}, A_{j,m-2}=A_{j,m-2}, \dots, A_{j,1}=A_{j,1} \\ &\dots\dots \\ A_{i,1}=1 &\rightarrow A_{j,m}=0, A_{j,m-1}=0, \dots, A_{j,2}=0, A_{j,1}=1 \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

将式(A3)中的结果代入式(A2), 可得:

$$\begin{aligned} &\text{case}\left(A_i, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,m}=1}, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,m-1}=1}, \dots, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,2}=1}, (E_i \diamond E_j)_{A_{i,1}=1}\right) \\ &= \text{case}\left(A_i, (E_i)_{A_{i,m}=1} \diamond (E_j)_{A_{j,m}=1}, (E_i)_{A_{i,m-1}=1} \diamond (E_j)_{A_{j,m-1}=1}, \dots, (E_i)_{A_{i,1}=1} \diamond (E_j)_{A_{j,1}=1}\right) \\ &= \text{case}\left(A_i, G_m \diamond E_{j,1}, G_{m-1} \diamond E_{j,2}, \dots, G_1 \diamond E_{j,m}\right) \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

其中, 式(A4)中:

$$\begin{aligned}
 E_{j,n} &= \text{case} \left(A_j, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}, H_{m-n+1}, \dots, H_2, H_1 \right), \quad 1 \leq n \leq m \\
 E_{j,m} &= \text{case} \left(A_j, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-1}, H_1 \right) = H_1, \quad E_{j,1} = (A_j, H_m, \dots, H_1) = E_j
 \end{aligned} \tag{A5}$$

(2) 式(4-6)的证明

式(4-6)表示向后依赖性规则时的 MMDD 多阶段变量计算规则, 排序规则与阶段排序规则相反, 即 $A_j < A_i$, 根据 MMDD 的基本逻辑计算规则, 可得:

$$\begin{aligned}
 & \text{case}(A_i, G_m, \dots, G_1) \diamond \text{case}(A_j, H_m, \dots, H_1) \\
 &= \text{case} \left(A_j, (E_i \diamond E_j)_{A_{j,m}=1}, (E_i \diamond E_j)_{A_{j,m-1}=1}, \dots, (E_i \diamond E_j)_{A_{j,1}=1} \right)
 \end{aligned} \tag{A6}$$

根据不可修多态 PMS 的特性, 如果元件 A 在阶段 j 中处于任意状态 $x, 1 \leq x \leq m$, 则在阶段 i 中的状态一定大于等于 x , 因此可得:

$$\begin{aligned}
 A_{j,m}=1 & \rightarrow A_{i,m}=1, A_{i,m-1}=0, A_{i,m-2}=0, \dots, A_{i,1}=0 \\
 A_{j,m-1}=1 & \rightarrow A_{i,m}=A_{i,m}, A_{i,m-1}=A_{i,m-1}, A_{i,m-2}=0, \dots, A_{i,1}=0 \\
 & \dots \dots \\
 A_{j,1}=1 & \rightarrow A_{i,m}=A_{i,m}, A_{i,m-1}=A_{i,m-1}, \dots, A_{i,2}=A_{i,2}, A_{i,1}=A_{i,1}
 \end{aligned} \tag{A7}$$

将式(A7)中的结果代入式(A6), 可得:

$$\begin{aligned}
 & \text{case} \left(A_j, (E_i \diamond E_j)_{A_{j,m}=1}, (E_i \diamond E_j)_{A_{j,m-1}=1}, \dots, (E_i \diamond E_j)_{A_{j,1}=1} \right) \\
 &= \text{case} \left(A_j, (E_i)_{A_{i,m}=1} \diamond (E_j)_{A_{j,m}=1}, (E_i)_{A_{i,m-1}=1} \diamond (E_j)_{A_{j,m-1}=1}, \dots, (E_i)_{A_{i,1}=1} \diamond (E_j)_{A_{j,1}=1} \right) \\
 &= \text{case} \left(A_j, E_{i,1} \diamond H_m, E_{i,2} \diamond H_{m-1}, \dots, E_{i,m} \diamond H_1 \right)
 \end{aligned} \tag{A8}$$

其中, 式(A8)中:

$$\begin{aligned}
 E_{i,n} &= \text{case} \left(A_i, G_m, G_{m-1}, \dots, G_{m-n+1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-n} \right), \quad 1 \leq n \leq m \\
 E_{i,1} &= \text{case} \left(A_i, G_m, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-1} \right) = G_m, \quad E_{i,m} = \text{case} \left(A_i, G_m, \dots, G_1 \right) = E_i
 \end{aligned} \tag{A9}$$

攻读博士学位期间取得的成果

1. 攻读博士期间发表的论文

- [1] **X. Y. Li**, H. Z. Huang, Y. F. Li, E. Zio. Reliability assessment of multi-state phased mission system with non-repairable multi-state components. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 61: 181-199 (第一作者, SCI 检索, 影响因子: 2.617, 中科院 1 区期刊)
- [2] **X. Y. Li**, H. Z. Huang, Y. F. Li. Reliability analysis of phased mission system with non-exponential and partially repairable components. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 175: 119-127 (第一作者, SCI 检索, 影响因子: 4.139, 中科院 2 区期刊)
- [3] **X. Y. Li**, H. Z. Huang, Y. F. Li, E. Zio. Reliability assessment of phased-mission system under random shocks. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 180: 352-361 (第一作者, SCI 检索, 影响因子: 4.139, 中科院 2 区期刊)
- [4] **X. Y. Li**, Y. Liu, C. J. Chen, et al. A copula-based reliability modeling for nonrepairable multi-state k-out-of-n systems with dependent components. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 2016, 230(2): 133-146 (第一作者, SCI 检索, 影响因子: 1.373)
- [5] **X. Y. Li**, J. Hu, H. Z. Huang, Y. F. Li. *Modeling and Simulation Based Analysis in Reliability Engineering[M]*, Chapter 2: Non-exponential Distributions in Reliability Modeling of PMS: Approximation and Simulation Approaches. New York: CRC Press (Taylor and Francis Group), 2018 (第一作者, Book Chapter)
- [6] 刘宇, **李翔宇**, 张小虎. 考虑载荷动态分配机制的多状态系统可靠性建模及优化[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(6): 197-205 (第二作者, EI 检索)
- [7] H. Zhou, **X. Y. Li**, H. Z. Huang. Approximate method for reliability assessment of complex phased mission systems[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 2017, 22(2):247-251 (第二作者, EI 检索)
- [8] **X. Y. Li**, H. Z. Huang, Y. F. Li, E. Zio, J. Y. Guo. A PMS-MMDD model for Reliability assessment of multi-state phased-mission system. In *Proceedings of The annual European Safety and Reliability Conference, Trondheim, Norway*, 2018, 2469-2474 (第一作者, 国际会议论文)
- [9] **X. Y. Li**, H. Z. Huang, Y. F. Li. Reliability Analysis of Complex PMS using Semi-Markov Process. 10th International Conference on Mathematical Methods in Reliability, Grenoble, France, 2017 (第一作者, 国际会议论文)
- [10] **X. Y. Li**, H. Z. Huang, Y. F. Li, E. Zio. Integrating Random Shocks into Reliability Assessment

of Phased-mission System. 10th International Conference on Mathematical Methods in Reliability, Grenoble, France, 2017 (第一作者, 国际会议论文)

2. 攻读博士期间参与的项目

- [1] 国家自然科学基金: 考虑相关性的复杂多状态系统可靠性建模及维修决策理论研究, 项目编号: 71101017
- [2] 上海卫星工程研究所: XX 卫星多阶段多模式任务可靠性动态建模与设计评估技术研究, 课题编号: DZKD2015-0085
- [3] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型数控机床关键共性技术创新能力平台”, 课题编号: 2013ZX04013-011”子课题: 重型数控机床可靠性评价及热变形分析共性技术研究与应用, 子课题编号: 2013ZX04013-011-05
- [4] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型机床可靠性评价与试验方法研究”, 课题编号: 2014ZX04014-011”子课题: 重型机床电器控制与驱动系统可靠性技术研究, 子课题编号: 2014ZX04014-011-01